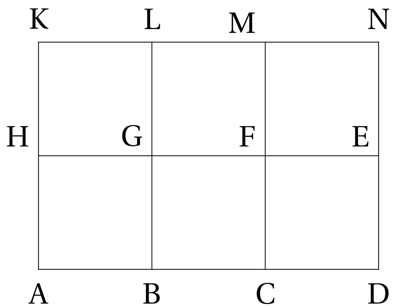
Correction du TD n° 7

I

Six carrés sont juxtaposés comme sur la figure ci-dessous.



a) L'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{AH}}$ est $\boxed{G}$;

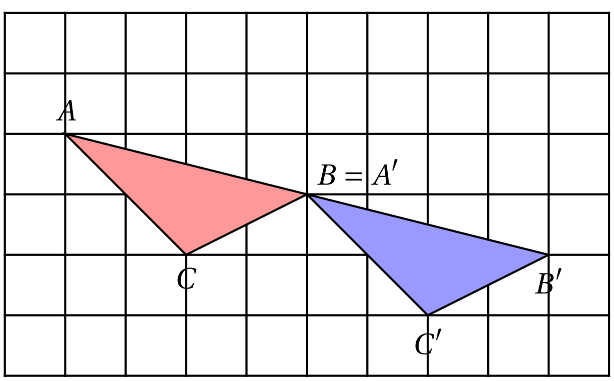
b) L'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{DB}}$ est $\boxed{H}$;

c) L'image de L par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{MB}}$ est $\boxed{A}$;

d) L'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{HM}}$ est $\boxed{F}$;

e) L'image de G par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{HG}}$ est $\boxed{F}$.

II

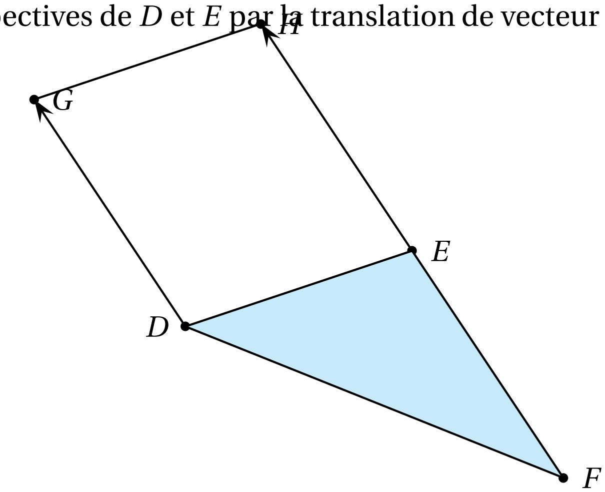


1. Sur la figure ci-dessus, construire l'image $A'B'C'$ du triangle ABC obtenue par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. $\boxed{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{CC'}}$.
3. $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{CC'}$ donc $A'B'C'C$ est un parallélogramme.

   On en déduit que $\boxed{\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B'C'}}$.
4. $\boxed{\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}}$.

III

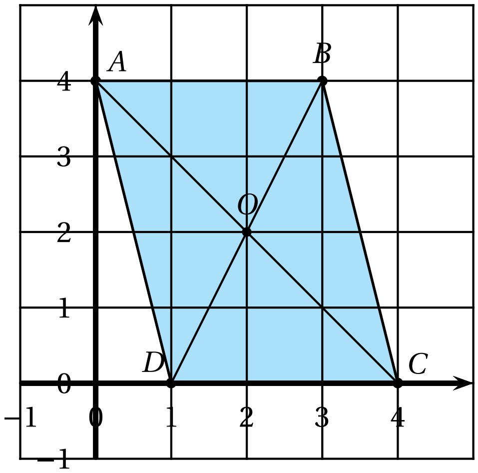
DEF est un triangle. G et H sont les images respectives de D et E par la translation de vecteur $\overrightarrow{FE}$.



1. Par définition. De la translation, on a : $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{EH}$.
2. On en déduit : $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{EH}$; par conséquent, $EHGD$ est un parallélogramme.
3. $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{EH}$: on en déduit que E est le milieu de $[FH]$.

IV

ABCD est un parallélogramme et ses diagonales se coupent en O.



(1) Compléter les égalités suivantes par un vecteur égal :

(a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (car $ABCD$ est un parallé).

(b) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ (car $ABCD$ est un parallélogramme)

(c) $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$ car O est le milieu de la diagonale $[BD]$.

(d) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$ car O est le milieu de la diagonale $[AC]$.

(e) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ ($ABCD$ est un parallélogramm)

(2) Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier :

(a) $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$ (faux : ces vecteurs n'ont pas la même direction puisque les droites (OB) et (OC) ne sont pas parallèles)

(b) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$: faux car les deux vecteurs ont la même direction mais pas le même sens.

(c) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$

(d) $AB = DC$: vrai car les côtés opposés d'une parallélogramme ont la même longueur.

(e) $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB}$: vrai, car des deux vecteurs caractérisent la même translation, qui laisse tous les points fixes : on dit que ces deux vecteurs sont égaux au vecteur nul $\overrightarrow{0}$.

V

Considérons un parallélogramme MNPQ.
R est l'image du point de Q par la translation de vecteur $\overrightarrow{MQ}$ et S est l'image du point R par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$.

1. Figure à la fin.
2. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{QR}$ (par construction)
3. De même : $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{PS}$.
4. $MNPQ$ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.
5. On a : $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{PS}$ et $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ d'où $\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PS}$.
   On en déduit que $QPRS$ est un parallélogramme.
6. Puisque $MNPQ$ est un parallélogramme, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.
   $QPRS$ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{RS}$.
   On en déduit : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{RS}$.
7. On en déduit que : $\boxed{\overrightarrow{SP} = \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{MQ}}$.
8. Puisque $\overrightarrow{SP} = \overrightarrow{MQ}$, $MPSQ$ est un parallélogramme.

Figure