2^{nde} : correction du TD n° 5 (courbes, tableaux de variation, arithmetique)

Exercice I

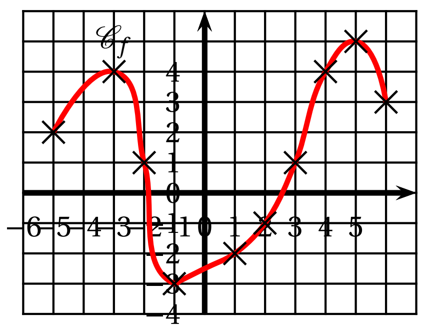
Une fonction f a pour tableau de variation :

x	-10	-8	-5	-3	-2	1	4	6
$f(x)$	-3 ↘	-9 ↗	0 ↗	3 ↘	0 ↘	-10 →	-10 ↗	-4

1) (a) $f(-1,9) > f(-0,2)$ car $-1,9 < -0,2$ et f est décroissante sur $[-3\ ;\ 1]$.
   (b) $f(-6,9) < f(-4,7)$ car $-6,9 < -4,7$ et f est croissante sur [-8 ; -3].
   (c) $f(1,7) = f(3,1)$ car $1,7 < 3,1$ et f est constante sur $[1\ ;\ 4]$.
2) -9,5 et -8,5 appartiennent à [-10 ; -8]. Sur cet intervalle, la fonction f est décroissante donc renverse l'ordre. $-9,5 < -8,5$ donc $\boxed{f(-9,5) > f(-8,5)}$
3) On ne peut pas comparer $f(-6,5)$ et $f(4,7)$ car la fonction f n'est pas monotone (elle change de sens de variation) sur $[-6,5\ ;\ ,7]$.
4) $f(-4,4) > f(4,2)$ car d'après le signe de la fonction $f(-4,4) > 0$ et $f(4,2) < 0$ (mais, on ne peut pas utiliser le sens de variation qui change sur l'intervalle $[-4,4\ ;\ 4,2]$).

Exercice II

Voilà la courbe $\mathscr{C}_f$, représentative d'une fonction f.
Les points marqués d'une croix sont à coordonnées entières.



1) • $f(-3) = 4$
   • $f(-2) = 1$
   • $f(3) = 1$
2) Il y a trois points de $\mathscr{C}_f$ qui ont une ordonnée agile à 4, donc 4 possède trois antécédents par f : ce sont -3 ; 4 et environ 5,8.
3) Tableau de variation de f

x	-5	-3	-1	5	6
$f(x)$	2 ↗	4 ↘	-1 ↗	5 ↘	3

Exercice III

1) Un nombre premier est un entier naturel qui n'a que deux diviseurs propres (dinstincts), 1 et lui-même.
2) Le plus petit entier premier est 2 (divisible par 1 et par 2).
3) 2 est le seul nombre premier pair ; les autres entiers pairs sont divisibles au moins par 1, eux-mêmes et 2, donc ils au Mons trois diviseurs.
4)
5) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres :
   (a) $117 = \boxed{3^2 \times 13}$
   (b) $132 = \boxed{2^2 \times 3 \times 11}$
   (c) $357 = \boxed{5 \times 7 \times 17}$

Exercice IV

a) $n = 2p$ avec $p = 9$.

b) $23 = 2 \times 11 + 1 = 2p + 1$ avec $p = 11$.

c) Soient $n = 2p$ et $n' = 2p'$ où p et p' sont des entiers naturels.
$nn' = (2p)(2p') = 4pp' = 2 \times 2pp'$; $2pp' \in \mathbb{N}$ donc nn' est pair.

d) Soient $n = 2p + 1$ et $n' = 2p' + 1$ où p et p' sont des entiers naturels.
$nn' = (2p+1)(2p'+1) = 4pp' + 2p + 2p' + 1$
$= 2\left(2pp' + p + p'\right) + 1 = 2q + 1$ avec $x = 2pp' + p + p' \in \mathbb{N}$ donc nn' est impair.

e)
- Si n est pair, $n = 2p$ et $n + 1 = 2p + 1$ donc $n(n+1) = 2p(2p+1)$ qui est un multiple de 2, donc un entier pair.
- Si n est impair, $n = 2p + 1$ et $n + 1 = 2p + 1 + 1 = 2p + 2$ $= 2(p+1)$ donc $n(n+1) = (2p+1) \times 2(p+1) = 2(2p+1)(p+1)$ qui est un multiple de 2, donc un entier pair.

Exercice V

On souhaite calculer $\dfrac{23}{48} - \dfrac{5}{15}$.
Pour cela, il faut mettre les fractions au même dénominateur.
Comme dénominateur commun, on calcule le **plus petit commun multiple** de 15 et 48, noté **PPCM**.

1. $\boxed{48 = 2^4 \times 3}$; $\boxed{15 = 3 \times 5}$.
2. Le PPCM de 15 et 49 est : $2^4 \times 3 \times 5 = \boxed{240}$
3. $\dfrac{23}{48} - \dfrac{5}{15} = \dfrac{23 \times 5}{48 \times 5} - \dfrac{5 \times 16}{15 \times 16} = \dfrac{115 - 80}{240} = \dfrac{35}{240} = \dfrac{\cancel{5} \times 7}{\cancel{5} \times 48} = \boxed{\dfrac{7}{48}}$