2nde : correction du TD nº 27 (systèmes de deux équations)

Exercice I

On veut résoudre le système de deux équations linéaires à deux inconnues suivant : $\begin{cases} 3x + y = 5 & L_1 \\ 2x + 3y = 7 & L_2 \end{cases}$

1) D'après L_1, on a : $3x + y = 5 \iff \boxed{y = -3x + 5}$
2) On remplace y par $-2x+5$ dans L_2 :
   On obtient :
   $2x + 3(-3x+5) = 7 \iff 2x - 9x + 15 = 7$
   $\iff -7x + 15 = 7 \iff -7x = -8 \iff x = \dfrac{8}{7}$.
3) voir ci-dessus.
4) On a : $y = -3x + 5 = -3 \times \dfrac{8}{7} + 5 = -\dfrac{24}{4} + 5 = -\dfrac{11}{7}$
5) $\boxed{\mathscr{S} = \left\{\left(\dfrac{8}{7} ; \dfrac{11}{7}\right)\right\}}$

Exercice II

Soident les deux droites d d'équation $y = 3x + 5$ et d' d'équation $y = -2x - 7$.

1) Le coefficient directeur de la droite d est -3 et celui de d' est -2; $3 \neq 2$ donc ces deux droites ne sont pas parallèles; elles sont sécantes en un point.
2) Les coordonnées $(x ; y)$ du point d'intersection de ces deux droites sont donc solutions du système $\begin{cases} y = 3x + 5 & L_1 \\ y = -2x - 7 & L_2 \end{cases}$.
   - On en déduit : $3x + 5 = -2x - 7$
     $\iff 3x + 2x = -7 - 5 \iff 5x = -12 \iff \boxed{x = -\dfrac{12}{5}}$.
   - Or $y = 3x + 5$ donc $y = 2 \times \left(-\dfrac{12}{5}\right) + 5 = -\dfrac{36}{5} + 5 = -\dfrac{11}{5}$.
3) $\boxed{\mathscr{S} = \left\{\left(-\dfrac{12}{5} ; -\dfrac{11}{5}\right)\right\}}$

Exercice III

On veut résoudre le système $\begin{cases} 2x + 7y = 30 & L_1 \\ 3x - 8y = -29 & L_2 \end{cases}$.

On ne peut pas facilement exprimer x en fonction de y ou y en fonction de x.
On va utiliser la **méthode par combinaison**.
Pour cela, on multiplie chaque ligne par un nombre pour obtenir le même coefficient (au signe près) pour x ou par y.

1) Le plus petit multiple commun à 2 et à 3 est 6.
2) Pour obtenir $6x$, il faut multiplier L_1 par 3.
3) Pour obtenir $6x$, il faut multiplier L_2 par 2.
4) On a :
   $\begin{cases} 2x + 7y = 30 & L_1 \\ 3x - 8y = -29 & L_2 \end{cases}$ qui devient :
   $\begin{cases} 6x + 21y = 90 & L_1' \longleftarrow 3L_1 \\ 6x - 16y = -58 & L_2' \longleftarrow 2L_2 \end{cases}$
5) En soustrayant les deux lignes $L_1' - L_2'$, on obtient :
   $6x - 6x + 21y - (-16y) = 90 - (-58) \iff 37y = 148$
   $\iff y = \dfrac{148}{37} = 4$; $\boxed{y = 4}$.
6) On remplace y par 4 par exemple dans la première équation L_1, on trouve :
   $2x + 7 \times 4 = 30 \iff 2x + 28 = 30 \iff 2x = 2 \iff \boxed{x = 1}$
7) L'ensemble des solutions est : $\boxed{\mathscr{S} = \{(1 ; 4)\}}$

Exercice IV Brevet Liban mai 2008

1. x et y représentent respectivement le prix d'une boule et celui d'une guirlande. Ces prix sont exprimés en euros.
2. (a) Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 20 % est $C = 0,8$. Les prix sont donc multipliés par 0,8.
   (b) L'achat du deuxième client se traduit par l'équation : $5 \times 0,8x + 5 \times 0,8y = 25,6$ donc $4x + 4y = 25,6$.
   En simplifiant par 4 on obtient : $\boxed{x + y = 6,4}$.
3. On obtient le système : $\begin{cases} 6x + y = 18,4 & L_1 \\ x + y = 6,4 & L_2 \end{cases}$
   De L_2, on obtient $y = 6,4 - x$, valeur que l'on remplace dans L_1.
   $6x + 6,4 - x = 18,4 \iff 5x = 18,4 - 6,4 = 12$
   $\iff x = \dfrac{12}{5} = 2,40$.
   Alors : $y = 6,4 - 2,4 = 4$.
4. $\boxed{\text{Le prix d'une boule est 2,40 €et celui d'une guirlande est 4 €.}}$

Exercice V Brevet Centres étrangers juin 2008

1. Soit le système :
   $\begin{cases} 5x + 4y = 88 & L_1 \\ x + 2y = 26 & L_2 \end{cases}$
   D'après L_2, $x = 26 - 2y$ et en substituant dans la première équation L_1 :
   $5(26 - 2y) + 4y = 88 \iff 130 - 10y + 4y = 88 \iff 130 - 88 = 10y - 4y \iff 42 = 6y \iff y = 7$.
   On en déduit : $x = 26 - 2 \times 7 = 26 - 14 = 12$.
   $\boxed{\mathscr{S} = \{(12 ; 7)\}}$
2. Si x est le prix d'un DVD et y celui d'un CD, on a :
   $\begin{cases} 5x + 4y = 88 \\ x + 2y = 26 \end{cases}$ qui est le système de la question 1.
   $\boxed{\text{Le prix d'un DVD est donc de 12 € et celui d'un CD de 7 €.}}$