

2^{nde} : correction du TD n° 22 (inéquations-statistiques)

Exercice I

Résoudre les inéquations suivantes :

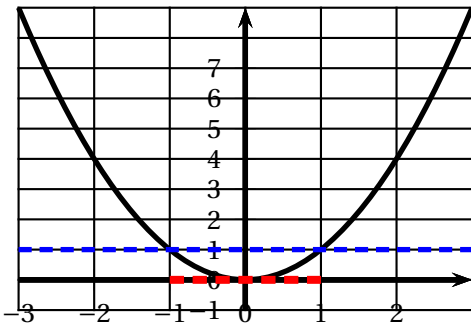
a) $x^2 \leq 1 \iff x^2 - 1 \leq 0 \iff (x+1)(x-1) \leq 0$.

- **Signe de $x+1$:**
 $x+1 = 0 \iff x = -1$
 $x+1 > 0 \iff x > -1$
- **Signe de $x-1$:**
 $x-1 = 0 \iff x = 1$
 $x-1 > 0 \iff x > 1$
- **Tableau de signes :**

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x+1$		-	+	
$x-1$		-	-	+
$(x+1)(x-1)$		+	-	+

- **Conclusion :** $\mathcal{S} = [-1; 1]$.

On retrouve cela graphiquement en traçant la parabole représentative de la fonction carré, en cherchant les abscisses des points de la parabole ayant une ordonnée inférieure ou égale à 1 :



b) $\frac{2x+1}{x+2} \geq 3$

- **Ensemble de définition :** $x+2 = 0 \iff x = -2$.
- **Résolution :** -2 est une valeur interdite : l'ensemble de définition est $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
 Pour $x \neq -2$, $\frac{2x+1}{x+2} \geq 3 \iff \frac{2x+1}{x+2} - 3 \geq 0 \iff \frac{(2x+1) - 3(x+2)}{x+2} \geq 0$
 $\iff \frac{x+2}{x+2} - \frac{3x+6}{x+2} \geq 0 \iff \frac{-x-5}{x+2} \geq 0$
- **Signe de $-x-5$:**
 $-x-5 = 0 \iff -x = 5 \iff x = -5$ (en multipliant par -1)
 $-x-5 > 0 \iff -x > 5 \iff x < -5$ (on multiplie par -5 négatif, donc l'inégalité change de sens)
- **Signe de $x+2$:**
 $x+2 > 0 \iff x > -2$
- **Tableau de signes :**

x	$-\infty$	-5	-2	$+\infty$
$-x-5$		+	-	
$x+2$		+	-	
$\frac{-x-5}{x+2}$		-	+	

- **Conclusion :**

On veut que le quotient soit positif ou nul :
 $\mathcal{S} = [-5; -2]$ (on exclut -2 qui est une valeur interdite)

c) $\frac{2}{x-2} < \frac{3}{x+1}$

- **Ensemble de définition :** les dénominateurs ne peuvent pas s'annuler donc -1 et 2 sont des valeurs interdites :

$$\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\} =]-\infty; -1[\cup]-1; 2[\cup]2; +\infty[$$

- On suppose que $x \in \mathcal{D}$:

Alors :

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-2} &< \frac{3}{x+1} \\ \iff \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x+1} &< 0 \\ \iff \frac{x-2}{2(x+1)} - \frac{3(x-2)}{2(x+1)} &< 0 \\ \iff \frac{(x-2) - 3(x-2)}{2(x+1)} &< 0 \\ \iff \frac{-2x+4}{2(x+1)} &< 0 \\ \iff \frac{-x+2}{x+1} &< 0 \end{aligned}$$

- **Signe de $-x+2$:**

$$-x+2 = 0 \iff -x = -2 \iff x = 2$$

$-x+2 > 0 \iff -x > -2 \iff x < 2$ (car on multiplie par -1, négatif, donc l'inégalité change de sens)

- **Signe de $x+1$:**

$$x+1 > 0 \iff x > -1$$

- **Signe de $x-2$:**

$$x-2 > 0 \iff x > 2$$

- **Tableau de signes :**

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$-x+2$		+	-	
$x+1$		-	+	
$x-2$		-	-	+
$\frac{-x+2}{(x+1)(x-2)}$		+	-	+

- **Conclusion :**

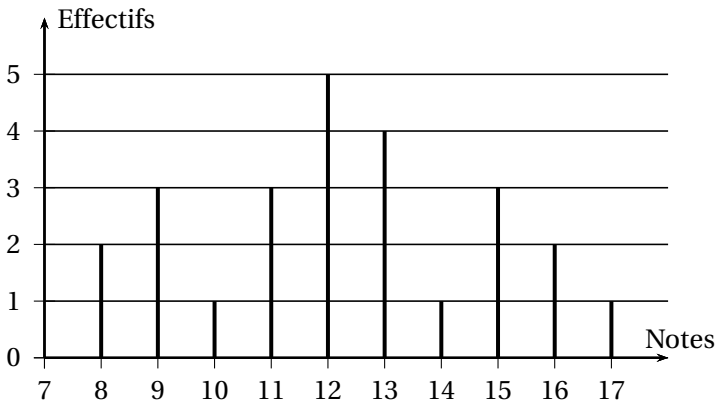
$$\mathcal{S} =]-1; 2[\cup]2; +\infty[$$

Exercice II

Le taux d'augmentation est $t = \frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} = \frac{1,30 - 1,29}{1,29} \approx 0,0775 = \frac{7,75}{100} = \boxed{7,75\%}$.

Exercice III

Voici le diagramme en bâtons des notes obtenues par une classe de Troisième de 25 élèves au dernier devoir de mathématiques



1.

Note	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectif	2	3	1	3	5	4	1	3	2	1

La moyenne est :

$$\bar{x} = \frac{(8 \times 2) + (9 \times 3) + \dots + (17 \times 1)}{2 + 3 + \dots + 1} = \frac{16 + 27 + 10 + 33 + 60 + 52 + 14 + 45 + 32 + 17}{25} = \frac{306}{25} = \boxed{12,24}$$

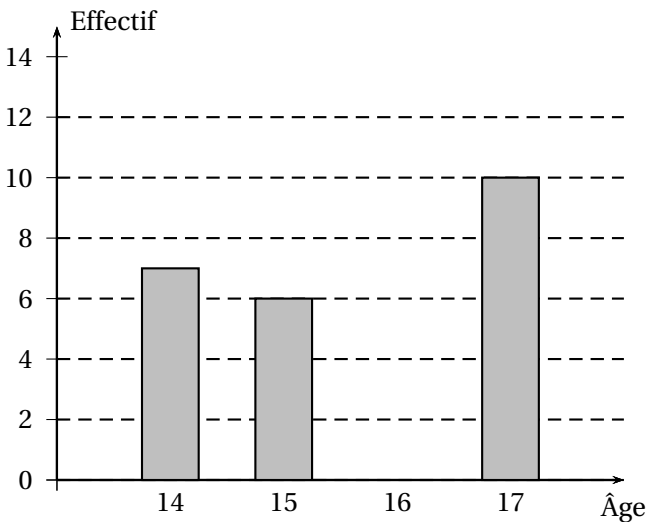
2. Il y a 25 notes. La médiane est la note qui sépare l'effectif en deux moitiés : c'est la 13^e note : Me=12

3. 9 élèves sur 25 ont obtenu une note strictement supérieure à 13.

$$\frac{9}{25} = \frac{36}{100} = \boxed{36\%}$$

Exercice IV

L'histogramme ci-dessous illustre une enquête faite sur l'âge des 30 adhérents d'un club de badminton mais le rectangle correspondant aux adhérents de 16 ans a été effacé.



1. Le nombre d'adhérents ayant 16 ans est $30 - (7 + 6 + 10) = 30 - 23 = \boxed{7}$.

2. Le pourcentage du nombre d'adhérents ayant 15 ans est $\frac{6}{30} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = \boxed{20\%}$.

3. L'âge moyen des adhérents est :

$$\bar{x} = \frac{(7 \times 14) + (6 \times 15) + (7 \times 16) + (10 \times 17)}{30} = \frac{98 + 90 + 112 + 170}{30} = \frac{470}{30} = \frac{47}{3} \approx \boxed{15,7}$$

4. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous pour réaliser un diagramme semi-circulaire représentant la répartition des adhérents selon leur âge (on prendra un rayon de 4 cm).

Âge	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans	Total
Nombre d'adhérents	7	6	7	10	30
Mesure de l'angle (en degrés)	42	36	42	60	180

Diagramme semi-circulaire (se trace à l'aide d'un rapporteur) :

