

## Correction du TD n° 21 (inéquations-produits)

a) Résoudre :  $(-2x+1)(6x+5) > 0$

- Étude du signe de  $(-2x+1)$  :

$$-2x+1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$-2x+1 > 0 \Leftrightarrow -2x > -1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \text{ (l'inégalité change de sens car on divise par } -2, \text{ négatif).}$$

- Étude du signe de  $6x+5$  :

$$6x+5=0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{6}$$

$$6x+5 > 0 \Leftrightarrow 6x > -5 \Leftrightarrow x > -\frac{5}{6}$$

- Tableau de signes :**

$x$	$-\infty$	$-\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
Signe de $-2x+1$	+	+	0	-
Signe de $6x+5$	-	0	+	+
Signe de $(-2x+1)(6x+5)$	-	0	+	-

- Conclusion :** le produit est Strictement positif

$$\text{sur } \left] -\frac{5}{6}; \frac{1}{2} \right[ : \mathcal{S} = \left] -\frac{5}{6}; \frac{1}{2} \right[$$

b) Résoudre :  $(2-3x)(4x-1) \leq 0$

- Étude du signe de  $2-3x$  :

$$2-3x=0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

- $x : x \mapsto 2-3x$  est une fonction affine décroissante puisque le coefficient directeur  $-3$  est négatif.

Elle prend d'abord des valeurs positives puis négatives, donc  $2-3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$

- Étude du signe de  $4x-1$ .

$$4x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

$4x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{4}$  (en résolvant l'inéquation en regardant le signe de la fonction affine croissante)

- Tableau de signes :**

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
Signe de $2-3x$	+	+	0	-
Signe de $4x-1$	-	0	+	+
Signe de $(2-3x)(4x-1)$	-	0	+	-

- Conclusion :**  $\mathcal{S} = \left] -\infty; \frac{1}{4} \right] \cup \left[ \frac{2}{3}; +\infty \right[$

c) Résoudre :  $(5x-3)(2x+1) > (2x+1)(x-4)$

- $(5x-3)(2x+1) > (2x+1)(x-4) \Leftrightarrow (5x-3)(2x+1) - (2x+1)(x-4) > 0$   
 $\Leftrightarrow (2x+1)[(5x-3) - (x-4)] > 0$   
 $\Leftrightarrow (2x+1)(4x+1) > 0$

- Tableau de signes :**

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
$2x+1$	-	0	+	+
$4x+1$	-	-	0	+
$(2x+1)(4x+1)$	+	0	-	+

- Conclusion :**  $\mathcal{S} = \left] -\infty; -\frac{1}{2} \right[ \cup \left] -\frac{1}{4}; +\infty \right[$

d)  $\frac{3x-4}{2x+3} \geq 0$  (trouver d'abord l'ensemble de définition)

- La valeur interdite est  $x = -\frac{3}{2}$  donc l'ensemble de définition est  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$

- On renseigne un tableau de signes comme pour un produit; il faut juste faire attention à la valeur interdite :

$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$3x-4$	-	-	0	+
$2x+3$	-	-	-	+
$\frac{3x-4}{2x+3}$	+	-	+	+

- Conclusion :**  $\mathcal{S} = \left] -\infty; -\frac{3}{2} \right[ \cup \left[ \frac{4}{3}; +\infty \right[$

e)  $\frac{1-4x}{x-3} \leq -3$

- La valeur interdite est 3.

- Pour  $x \neq 3$ ,  $\frac{1-4x}{x-3} \leq -3 \Leftrightarrow \frac{1-4x}{x-3} + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1-4x+3(x-3)}{x-3} < 0 \Leftrightarrow \frac{-x-8}{x-3} < 0$

- Tableau de signes :**

$x$	$-\infty$	$-8$	$3$	$+\infty$
$-x-8$	+	0	-	-
$x-3$	-	-	0	+
$\frac{-x-8}{x-3}$	-	-	+	-

- Conclusion :**  $\mathcal{S} = \left] -\infty; -8 \right] \cup \left] 3; +\infty \right[$