2nde : correction de AP nº 14 (valeurs absolues)

Exercice I

On note $d(x\,;\,y)$ la distance, sur une droite graduée, entre les points d'abscisse respectives x et y.
On remarque qu'on a immédiatement la formule , pour tous nombres x et y : $d(x\,;\,y) = d(y\,;\,x)$.
On remarque aussi que $d(x\,;\,y) = \left|x-y\right|$.

Calculer les distances indiquées ci-dessous :

a) $d(5\,;\,2) = |5-2| = |3| = \boxed{3}$

b) $d(1\,;\,7) = |7-1| = |6| = \boxed{6}$

c) $d(0\,;\,5) = |5-0| = |5| = \boxed{5}$

d) $d(-2,5\,;\,0) = |0-(-2,5)| = |2,5| = \boxed{2,5}$

e) $d(-1\,;\,5) = |5-(-1)| = |6| = \boxed{6}$

f) $d(-3\,;\,-4) == |-4-(-3)| = |-4+3| = |-1| = \boxed{1}$

g) $d(-1\,;\,-5) = |-5-(-1)| = |-5+1| = |-4| = \boxed{4}$

h) $d(4\,;\,-2) == |-2-4| = |-6| = \boxed{6}$

i) $d(-2,5\,;\,-1,5) = |-1,5-(-2,5)| = |-1,5+2,5| = |1| = \boxed{1}$

Exercice II

Simplifier leds écritures suivantes (sans valeurs absolues) :

a) $|2-3| = |-1| = \boxed{1}$

b) $|5+3| = |8| = \boxed{8}$

c) $|2\times(4-5)| = 2\times(-1) = |-2| = \boxed{2}$

d) $|4\times 2-5\times 7| = |8-35| = |-27| = \boxed{27}$ (rappel : la multiplication est prioritaire par rapport à l'addition ou la soustraction)

e) $|7+2\times 4-6| = |7+8-6| = |9| = \boxed{9}$

f) $|2-3\times 2| = |2-6| = |-4| = \boxed{4}$

g) $|5,5|+|-4,5| = 5,5+4,5 = \boxed{10}$

h) $|-5,5|-|4,5| = 5,5)-4,5 = \boxed{1}$

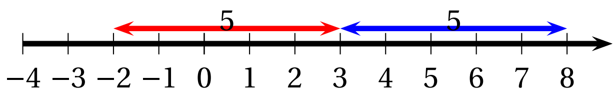
i) $|2\times 3-7| = |6-7| = |-1| = \boxed{1}$

j) $\left|\sqrt{2}-\sqrt{3}\right| = -\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right) = -\sqrt{2}+\sqrt{3} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ car $\sqrt{2}-\sqrt{3} < 0$
En effet : $2 < 3$ donc $\sqrt{2} < \sqrt{3}$.

k) $|3-\pi| = -(3-\pi) = \pi-3$ car $3-\pi < 0$.

Exercice III

1. Les nombres qui sont à une distance 5 de 3 dont 3-5=-2 et 3+5=8 : $\boxed{\mathscr{S} = \{-2\,;\,8\}}$
2. Soit l'équation : $|x-3| = 5$.
   Cela équivaut à dire que la distance entre 3 et x est 5.



   Les solutions sont $3-5=-2$ et $3+5=8$; $\boxed{\mathscr{S} = \{-2\,;\,8\}}$

Exercice IV

Résoudre les équations suivantes :

a) $|x| = 3$; $\boxed{\mathscr{S} = \{-3\,;\,3\}}$

b) $|x-2| = 3$; $\boxed{\mathscr{S} = \{-1\,;\,5\}}$

c) $|x-4| = 7$; $\boxed{\mathscr{S} = \{-3\,;\,11\}}$

d) $|x+2| = 3$ équivaut à $|x-(-2)| = 3$ donc $x = -2-3 = -5$ ou $x = -2+3 = 1$.
$\boxed{\mathscr{S} = \{-5\,;\,1\}}$

e) $|x-4| = 0$; $\boxed{\mathscr{S} = \{4\}}$

f) $|x-2| = -1$; il n'y a pas de solution ; $\mathscr{S} = \emptyset$ car -1 est négatif et une distance ne peut pas être négative.

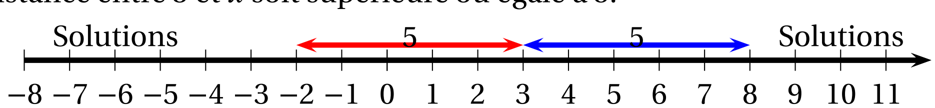
Exercice V

Résoudre graphiqmene t les inéquations suivantes :

a) $|x-3| \leqslant 2$; $\boxed{\mathscr{S} = [1\,;\,5}]$

b) $|x-7| < 3$; $\boxed{\mathscr{S} =]4\,;\,10[}$ (on a une inégalité stricte donc les crochets sont ouverts)

c) $|x-3| \geqslant 5$.
On veut que la distance entre 3 et x soit supérieure ou égale à 5.



L'ensemble des solutions est $\boxed{\mathscr{S} =]-\infty\,;\,-2] \cup [8\,;\,+\infty[}$