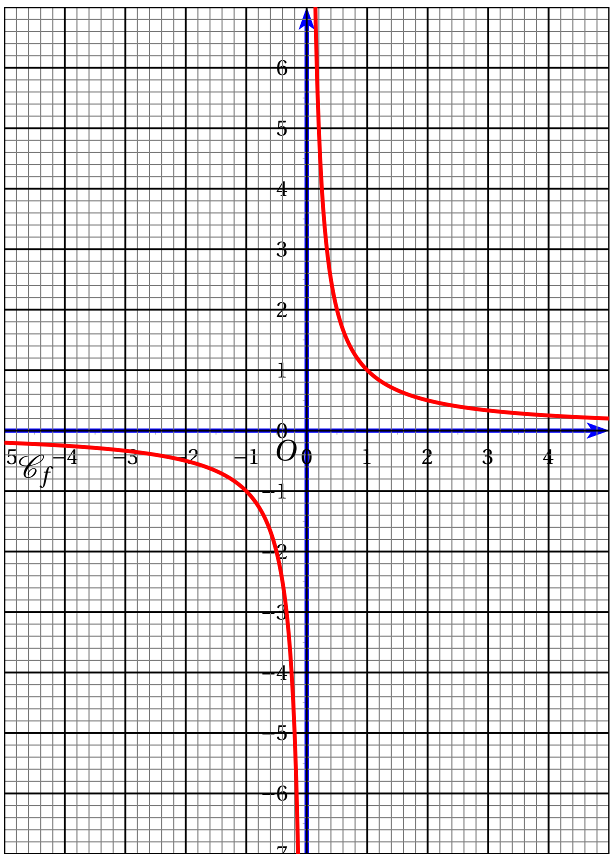
2$^{\text{nde}}$: TD n$^{\text{o}}$ 22 (fonction inverse)

Exercice I

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction inverse $f\ :\ x \mapsto \dfrac{1}{x}$:



1. Tracer sur ce graphique la courbe représentative de la fonction affine g définie par $g(x) = 2x - 5$.
2. En déduire les solutions approchées de l'équation $\dfrac{1}{x} = 2x - 5$
3. Les solutions exactes sont $\dfrac{5-\sqrt{33}}{4}$ et $\dfrac{5+\sqrt{33}}{4}$; vérifier que l'on retrouve les valeurs approchées trouvés à la question précédente.

Exercice II

Donner les images des intervalles suivants par la fonction inverse $x \mapsto \dfrac{1}{x}$. (On pourra s'aider du graphique précédent)

a)]-4 ; -1[b) $\left[2\ ;\ \dfrac{5}{2}\right]$

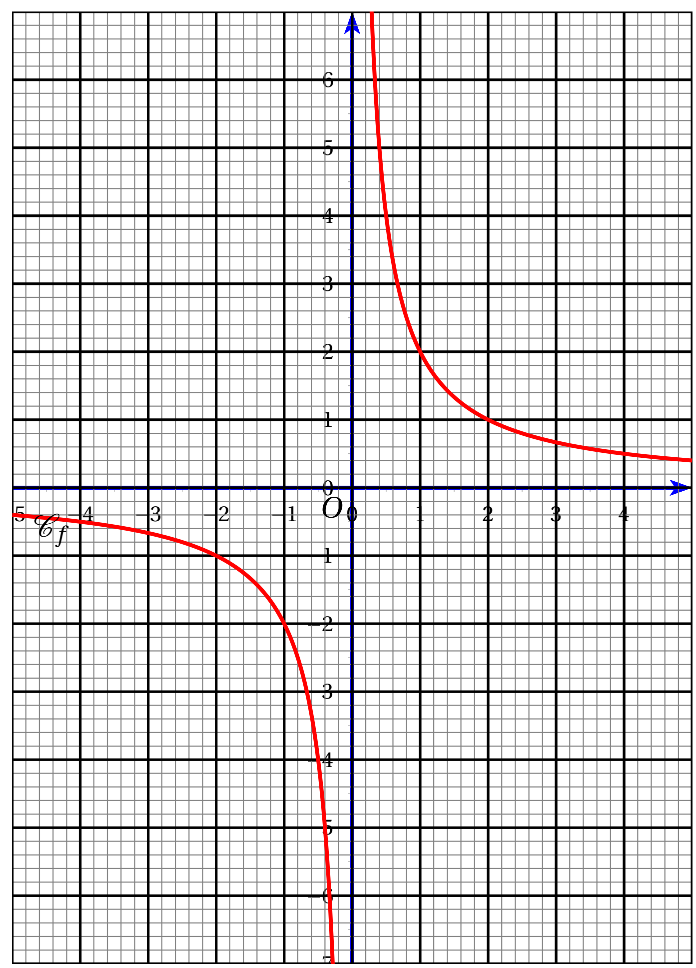
Exercice III

Donner les solutions des inéquations suivantes :

a) $\dfrac{1}{x} \geqslant 1$ b) $\dfrac{1}{x} < -3$ c) $\dfrac{1}{x} > 7$

Exercice IV

1. On considère les fonctions f et g définies par : $f(x) = \dfrac{2}{x}$ pour tout $x \neq 0$ et $g(x) = 2x - 3$ sur $\mathbb{R}$.
   $\mathscr{C}_f$ est tracée dans le repère ci-dessous.
   Tracer la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de g.
2. Vérifier que les points $A(2\ ;\ 1)$ et $B\left(-\dfrac{1}{2}\ ;\ -4\right)$ sont communs aux deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
3. En déduire, graphiquement, les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

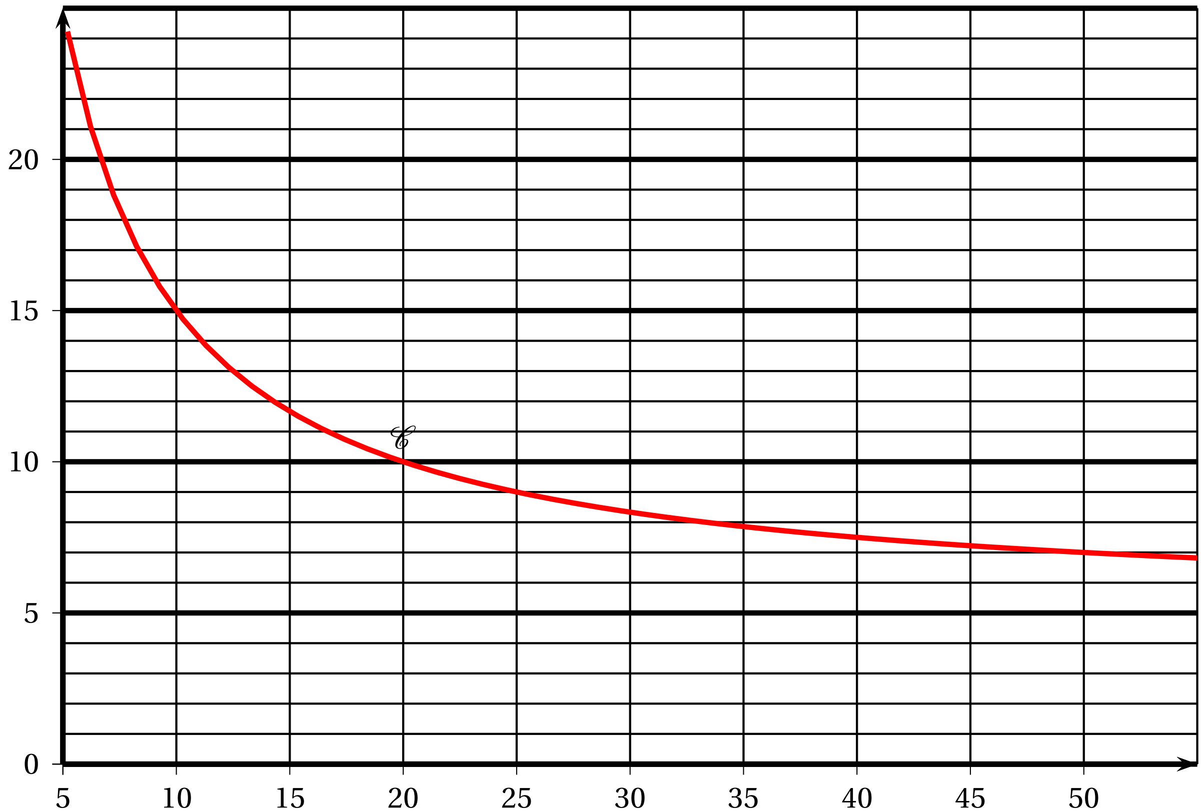


Exercice V

Un animateur organise un voyage pour x personnes où $x \in [5\,;\,50]$ (x n'est pas encore fixé).
Le transporteur facturera 100 euros de forfait plus 5 euros par personne. Montrer que le coût unitaire (coût par personne) est donné par $C_u(x) = \dfrac{100}{x} + 5$ où C_u est en euros.

a Détailler les calculs de $C_u(5)$ et $C_u(10)$ et en déduire s'il vaut mieux qu'il y ait 5 ou 10 personnes si chacun veut payer le moins cher possible.

b on donne ci-dessous la courbe de la fonction C_u :



c Déterminer graphiquement et algébriquement le nombre de personnes qui assure un coût unitaire de 10 euros, en déduire la recette réalisée par le transporteur.

d Déterminer graphiquement et algébriquement le nombre de personnes qui assure un coût unitaire de 5 euros.

e Déterminer graphiquement l'intervalle qui assure un coût unitaire de strictement moins de 7,5 euros.

f Montrer que $C_u(x) < 7,5 \Leftrightarrow 100 - 2,5x < 0$ et retrouver algébriquement l'intervalle pré- cédent.

g Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation $C_u(x) > 9$ et donner une interprétation de ce résultat.