Corrigé du contrôle sur 10 points (sujet A)

I (2 points)

On considère les points $A(2\,;\,7)$ et $B(3\,;\,5)$.
Les coordonnées de M sont $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$, donc $M\left(\frac{2+3}{2}\,;\,\frac{7+5}{2}\right)$.

Par conséquent M a pour coordonnées $\boxed{M\left(\frac{5}{2}\,;\,6\right)}$

II (2,5 points)

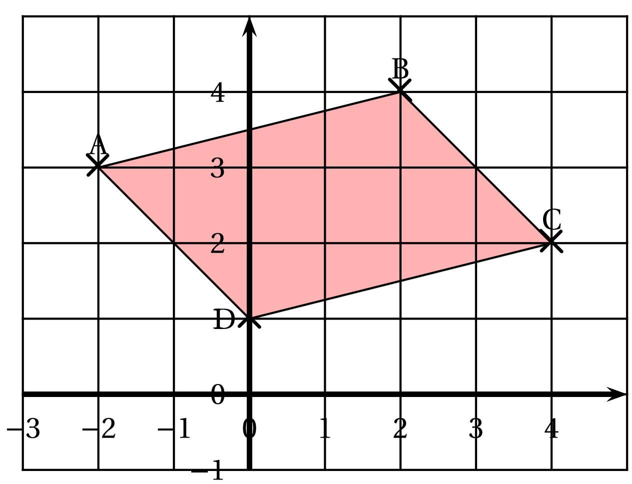
On considère les points $A(-1\,;\,2)$, $B(4\,;\,5)$, $C(5\,;\,2)$ et $D(0\,;\,-1)$.

- Soit M le milieu de la diagonale $[AC]$.
  $M\left(\frac{x_A+x_C}{2}\,;\,\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ donc $M\left(\frac{-1+5}{2}\,;\,\frac{2+2}{2}\right)$ d'où $\boxed{M(2\,;\,2)}$.
- Soit M' le milieu de la diagonale $[BD]$.
  $M'\left(\frac{x_B+x_D}{2}\,;\,\frac{y_B+y_D}{2}\right)$ donc $M'\left(\frac{4+0}{2}\,;\,\frac{5+(-1)}{2}\right)$ d'où $\boxed{M'(2\,;\,2)}$.
- M et M' ont les mêmes coordonnées donc $M = M'$.
  Les diagonales du quadrilatère $ABCD$ ont le même milieu : c'est un **parallélogramme** .

III (2,5 points)

On considère les points $A(-2\,;\,3)$, $B(2\,;\,4)$, $C(4\,;\,2)$.
Pour que $ABCD$ soit un parallélogramme, il faut qu'les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ aient le même milieu.

- Notons M le milieu de $[AC]$: $M\left(\frac{x_A+x_C}{2}\,;\,\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ donc $M\left(\frac{-2+4}{2}\,;\,\frac{3+2}{2}\right)$ d'où : $\boxed{M\left(1\,;\,\frac{5}{2}\right)}$.
- M doit être le milieu de $[BD]$, donc :
  $\begin{cases} x_M = \frac{x_B+x_D}{2} \\ y_M = \frac{y_B+y_D}{2} \end{cases}$ d'où $\begin{cases} 1 = \frac{2+x_D}{2} \\ \frac{5}{2} = \frac{4+y_D}{2} \end{cases}$. Par conséquent : $\begin{cases} 2 = 2+x_D \\ 5 = 4+y_D \end{cases}$ d'où : $\boxed{D(0\,;\,1)}$



IV (3 points)

On considère les points $A(-2\,;\,-1)$, $B(1\,;\,3)$ et $C(-3\,;\,6)$.

- $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}=\sqrt{(1-(-2))^2+(3-(-1))^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5\,;\,\boxed{AB=5}$.
- $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+\left(y_C-y_B\right)^2}=\sqrt{(-5-(-1))^2+(6-3)^2}=\sqrt{(-4)^2+3^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5\,;\,\boxed{BC=5}$.
- $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+\left(y_C-y_A\right)^2}=\sqrt{(-5-(-4))^2+(6-(-1))^2}=\sqrt{(-1)^2+7^2}=\sqrt{1+49}=\sqrt{50}=5\,;\,\boxed{AC=\sqrt{50}}$.
- $AB=BC$ donc ABC est isocèle.
  $AC^2=50$ et $AB^2+BC^2=25+25=50$ donc $AC^2=AB^2+BC^2$.
  D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B.
  Conclusion : ABC est **isocèle rectangle** en B

Corrigé du contrôle sur 10 points (sujet B)

I (2 points)

On considère les points $A(6\,;\,3)$ et $B(3\,;\,5)$.
Les coordonnées de M sont $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2}\,;\,\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$, donc $M\left(\dfrac{6+3}{2}\,;\,\dfrac{3+5}{2}\right)$.

Par conséquent M a pour coordonnées $\boxed{M\left(\dfrac{9}{2}\,;\,4\right)}$

II (2,5 points)

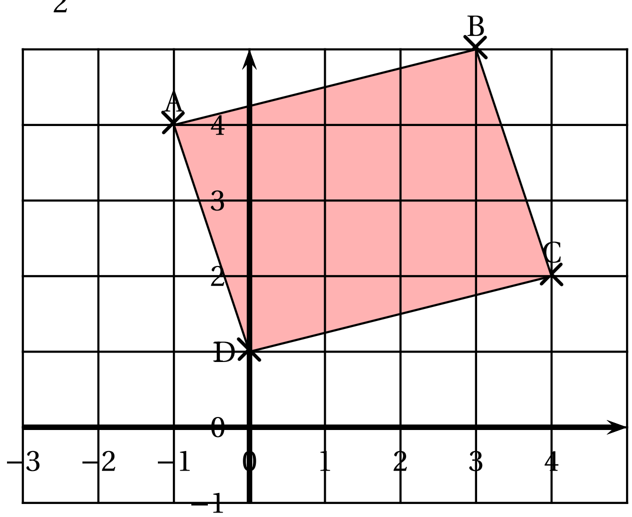
On considère les points $A(-2\,;\,3)$, $B(3\,;\,6)$, $C(4\,;\,3)$ et $D(-1\,;\,0)$.

- Soit M le milieu de la diagonale $[AC]$.
  $M\left(\dfrac{x_A+x_C}{2}\,;\,\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$ donc $M\left(\dfrac{-2+4}{2}\,;\,\dfrac{3+3}{2}\right)$ d'où $\boxed{M(1\,;\,3)}$.
- Soit M' le milieu de la diagonale $[BD]$.
  $M'\left(\dfrac{x_B+x_D}{2}\,;\,\dfrac{y_B+y_D}{2}\right)$ donc $M'\left(\dfrac{3+(-1)}{2}\,;\,\dfrac{6+0}{2}\right)$ d'où $\boxed{M'(1\,;\,3)}$.
- M et M' ont les mêmes coordonnées donc $M=M'$.
  Les diagonales du quadrilatère $ABCD$ ont le même milieu : c'est un **parallélogramme** .

III (2,5 points)

On considère les points $A(-1\,;\,4)$, $B(3\,;\,5)$, $C(4\,;\,2)$.
Pour que $ABCD$ soit un parallélogramme, il faut qu'les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ aient le même milieu.

- Notons M le milieu de $[AC]$: $M\left(\dfrac{x_A+x_C}{2}\,;\,\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$ donc $M\left(\dfrac{-1+4}{2}\,;\,\dfrac{4+2}{2}\right)$ d'où : $\boxed{M\left(\dfrac{3}{2}\,;\,3\right)}$.
- M doit être le milieu de $[BD]$, donc :
  $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_B+x_D}{2}\\ y_M=\dfrac{y_B+y_D}{2}\end{cases}$ d'où $\begin{cases} \dfrac{3}{2}=\dfrac{3+x_D}{2}\\ 3=\dfrac{5+y_D}{2}\end{cases}$. Par conséquent : $\begin{cases} 3=3+x_D\\ 6=5+y_D\end{cases}$ d'où : $\boxed{D(0\,;\,1)}$



IV (3 points)

On considère les points $A(-4\ ;\ -1)$, $B(-1\ ;\ 3)$ et $C(-5\ ;\ 6)$.

- $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}=\sqrt{(-1-(-4))^2+(3-(-1))^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5\,;\ \boxed{AB=5}$.
- $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+\left(y_C-y_B\right)^2}=\sqrt{(-5-(-1))^2+(6-3)^2}=\sqrt{(-4)^2+3^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5\,;\ \boxed{BC=5}$.
- $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+\left(y_C-y_A\right)^2}=\sqrt{(-5-(-4))^2+(6-(-1))^2}=\sqrt{(-1)^2+7^2}=\sqrt{1+49}=\sqrt{50}=5\,;\ \boxed{AC=\sqrt{50}}$.
- $AB=BC$ donc ABC est isocèle.
  $AC^2=50$ et $AB^2+BC^2=25+25=50$ donc $AC^2=AB^2+BC^2$.
  D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B.
  Conclusion : ABC est **isocèle rectangle** en B