2$^{\text{nde}}$: correction du contrôle sur les intervalles, début des fonctions

I (3 points)

Dans chaque cas, traduire sous forme d'appartenance à un intervalle :
(**exemple** : $2 \leqslant x \leqslant 4$ équivaut à $x \in [2\,;\,4]$)

a) $x \leqslant 9$ équivaut à $\boxed{x \in]-\infty\,;\,9]}$

b) $-2 < x \leqslant 7$ équivaut à $\boxed{x \in]-2\,;\,7]}$

c) $x > 3$ équivaut à $\boxed{x \in]3\,;\,+\infty[}$

d) $-2 < x < 10$ équivaut à $\boxed{x \in]-2\,;\,10[}$

II (3 points)

Compléter le tableau ci-dessous :

Inégalités	phrase	appartenance à un ensemble
$x < 7$	x est strictement inférieur à 7	$x \in]-\infty\,;\,7[$
$-7 < x \leqslant 3$	-7 est strictement inférieur à x et x est inférieur ou égal à 3	$x \in]-7\,;\,3]$
$x > -5$	x est strictement supérieur à -5	$x \in]-5\,;\,+\infty[$

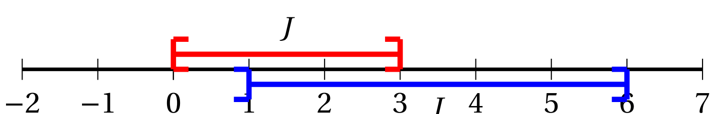
III (1 point)

L'intersection de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartient à A et p B (partie commune).

IV (4 points)

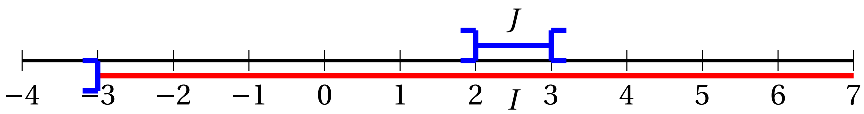
Pour chacun des cas suivants, faire un dessin, représenter les intervalles I et J de deux couleurs différentes. Écrire $I \cup J$ et $I \cap J$ sous forme d'intervalles.

a) $I =]1\,;\,6]$ et $J = [0\,;\,3]$.



$\boxed{I \cap J =]1\,;\,3]}$ et $\boxed{I \cup J = [0\,;\,6]}$

b) $I =]-3\,;\,+\infty[$ et $J =]2\,;\,3[$.



$\boxed{I \cap J =]2\,;\,3]}$ et $\boxed{I \cup J =]-3\,;\,+\infty]}$

c) $I = [1\,;\,4]$ et $J = [4\,;\,9[$.

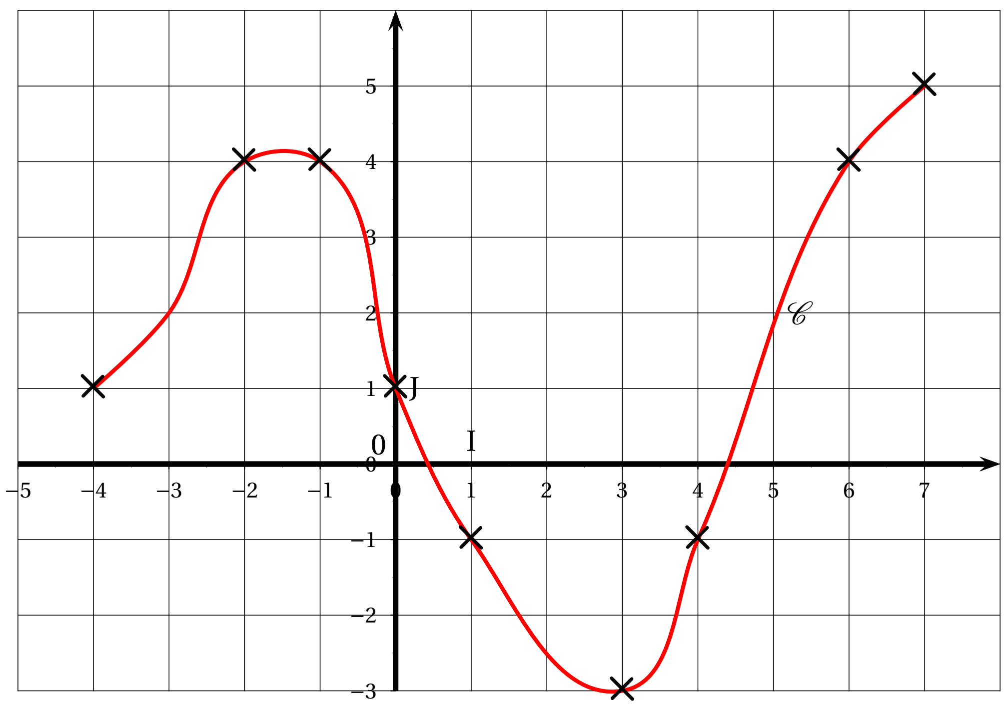
$\boxed{I \cap J = \{4\}}$ et $\boxed{I \cup J = [1\,;\,9[}$.

d) $I =]-\infty\,;\,1[$ et $J =]-\infty\,;\,2]$.

$\boxed{I \cap J =]-\infty\,;\,1[}$ et $\boxed{I \cup J =]-\infty\,;\,2]}$.

V (5,5 points)

Ci-dessous est représentée la courbe $\mathscr{C}$, représentative d'une fonction f, définie sur $[-4\,;\,7]$. Les points marqués ont des coordonnées entières.



1. $\boxed{f(-4) = 1}$; $\boxed{f(-1) = 4}$; $\boxed{f(0) = 1}$; $f\boxed{(3) = -3}$ et $\boxed{f(4) = -1}$
2. (a) Trois points de la courbe ont une ordonnée égale à 4 donc 4 a trois antécédents.
   (b) Ce sont -2, -1 et 6.
   (c) 6 n'a pas d'antécédent par f car le maximum de f est 5.
   (d) 5 a un seul antécédent par f ; c'est 7.
   (e) Les antécédents de -1 par f sont 1 et 4.

VI (3,5 points)

Soient les fonctions définies sur $\mathbb{R}$:
$f : x \mapsto 2x^2 + 3x - 5$
$g : x \mapsto -3x + 4$ et
$h : x \mapsto \dfrac{1}{2}x^2$.

1. - $f(3) = 2 \times 3^2 + 3 \times 3 - 5 = 2 \times 9 + 9 - 5 = 22$; $\boxed{f(3) = 22}$.
   - $f(-1) = 2 \times (-1)^2 + 3 \times (-1) - 5 = 2 \times 1 - 3 - 5 = -6$; $\boxed{f(-1) = -6}$.
   - $f(\sqrt{2}) = 2 \times \sqrt{2}^2 + 3\sqrt{2} - 5 = 2 \times 2 + 3\sqrt{2} - 5 = 4 + 3\sqrt{2} - 5 = -1 + 3\sqrt{2}$; $\boxed{f\left(\sqrt{2}\right) = -1 + 3\sqrt{2}}$
2. - Antécédents de 0 par g : on résout $g(x) = 0$ donc $-3x + 4 = 0$ qui donne $-3x = -4$ d'où $\boxed{x = \dfrac{4}{3}}$.
   - Antécédents de 4 par g ; on résout $g(x) = 4$ donc $-3x + 4 = 4$ qui donne $-3x = 0$ d'où $\boxed{x = 0}$.
3. x est un antécédent de 3 par h équivaut à $h(x) = 2$, donc $\dfrac{1}{2}x^2 = 2$.
   On en déduit $x^2 = 4$ qui a pour solutions -2 et 2.
   $\boxed{\text{Les antécédents de 2 par } h \text{ sont -2 et 2}}$.
4. x est un antécédent de -1 par h si, et seulement si, $h(x) = -1$, c'est-à-dire $\dfrac{1}{2}x^2 = -1$.
   Ce n'est pas possible car $\dfrac{1}{2}x^2$ est positif, donc $\boxed{\text{-1 n'a pas d'antécédent par } h}$.