TD nº 2 : correction des exercices de révision (ensemble de nombres, théorème de Thalès,)

I

Indiquer, dans chacun des cas, si le nombre appartient ou pas à chacun des ensembles proposés (compléter les cases par $\in$ ou $\notin$).

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
3	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\dfrac{18}{3}=6$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$2\times 10^{-2}=0,02$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
$\dfrac{22}{5}=\dfrac{44}{10^1}=4,4$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
$-\dfrac{28}{4}=7$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\dfrac{5}{6}$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
$\sqrt{1,44}=1,2$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
$-\sqrt{64}=-8$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
π	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$

II

$a=\dfrac{125}{5}=25\in\mathbb{N}$

$b=\dfrac{7}{5}=\dfrac{14}{10}=1,4\in\mathbb{D}$

$c=\dfrac{21}{12}=\dfrac{7}{4}=1,75\in\mathbb{D}$

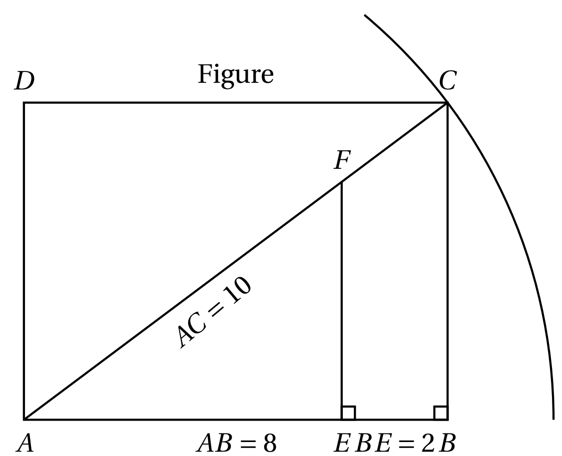
$d=-\dfrac{35}{7}=-5\in\mathbb{Z}$

$e=\sqrt{2}\in\mathbb{R}$

$f=\dfrac{14}{21}=\dfrac{2}{3}\in\mathbb{Q}$

III

ABCD est un rectangle tel que AB =8 cm et AC =10 cm.
E est le point sur [AB] tel que BE =2 cm.
La perpendiculaire à (AB) passant par E coupe (AC) en F.



1.

2. Les droites (EF) et (BC) sont perpendiculaires à la même droite, donc elles sont parallèles.
Les triangles AEF et ABC sont formés par des droites parallèles ; on peut appliquer le théorème de Thalès.

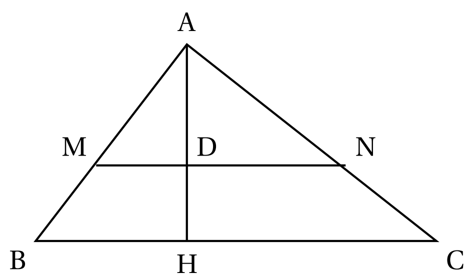
Triangle AEF	AE	EF	AF
Triangle ABC	AB	BC	AC

C'est un tableau de proportionnalité, donc : $\boxed{\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{EF}{BC} = \dfrac{AF}{AC}}$.

On en déduit : $\dfrac{6}{8} = \dfrac{EF}{BC}$ donc $\boxed{\dfrac{EF}{BC} = \dfrac{3}{4}}$.
Il faut calculer BC. On utilise le théorème de Pythagore :
$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 10\text{Í}2 - 8^2 = 35$ donc $\boxed{BC = 6}$.

Alors : $EF = \dfrac{3}{4} \times BC = \dfrac{3}{4} \times 6 = \dfrac{9}{2} = 4,5$; $\boxed{EF = \dfrac{9}{2}}$.

IV



On donne la figure ci-dessus dans laquelle les dimensions ne sont pas respectées.
Les longueurs réelles sont :
AM = 9 cm, MB = 6 cm
BH = 9 cm, HC = 16 cm
AC = 20 cm

Les droites (MN) et (AH) sont perpendiculaires, ainsi que les droites (BC) et (AH).
Les questions sont indépendantes.

1. **Calcul de la longueur AH** :
Le triangle ABH est rectangle en H. On applique le théorème de Pythagore :
$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$ donc $\boxed{AH = \sqrt{144} = 12}$.

2. Dans le triangle ABH, on a : $\cos\left(\widehat{ABH}\right) = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABH}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{9}{15} = \boxed{\dfrac{3}{5}}$.
Avec une calculatrice, on trouve $\widehat{ABH} \approx 53\ ^\circ$, à un degré près

3. (MN) et (BC) sont perpendoiculaires à une même droite, donc elles sont parallèles.
On peut alors appliquer le théorème de Thalès :
$\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MD}{BH}$ donc $\dfrac{9}{15} = \dfrac{MD}{9}$ d'où $MD = \dfrac{9}{15} \times 9 = \dfrac{3}{5} \times 9 = \boxed{\dfrac{27}{5}}$.

4. $AB = 15$; $BC = 25$ et $AC = 20$.
Le plus grand côté du triangle ABC est $BC = 25$.
   - $BC^2 = 25^2 = 625$.
   - $AB^2 + AC^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$

   On en déduit que $\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est **rectangle** en A.