Accompagnement personnalisé : correction des exercices sur les vecteurs (séance du 14 novembre)

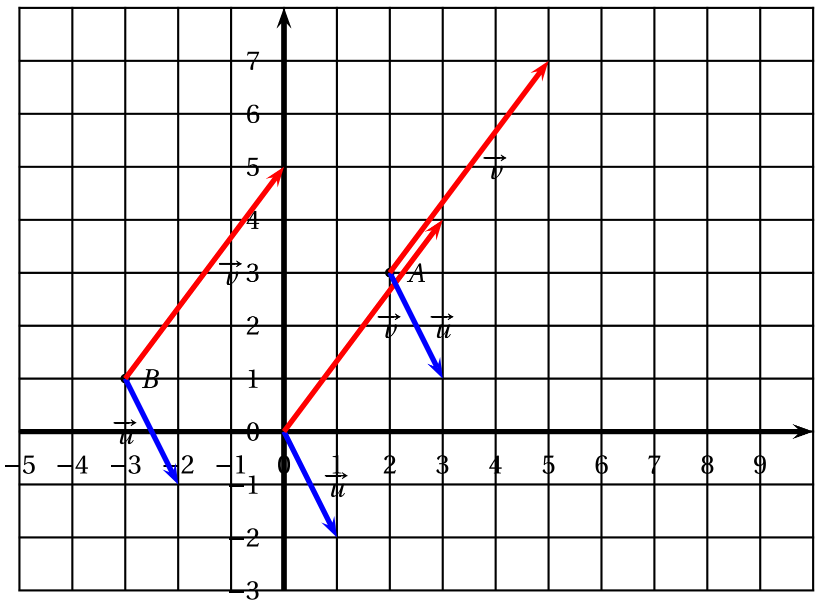
Exercice I

Dans le repère orthonormé $(O\,;\ I\,;\ J)$ ci-dessous, représenter les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$:

a) avec pour origine le point O

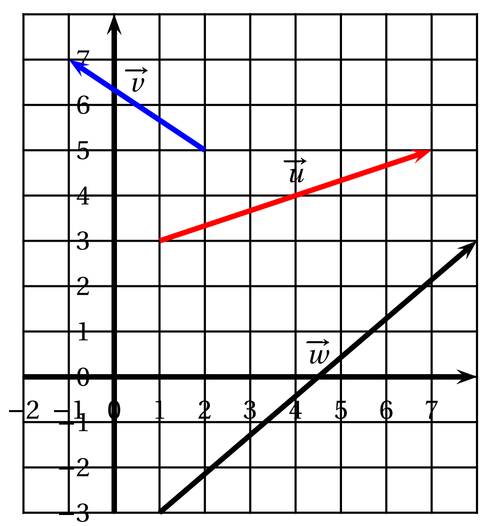
b) avec pour origine le point $A(2\,;\,3)$

c) avec pour origine le point $B(-3\,;\,1)$.



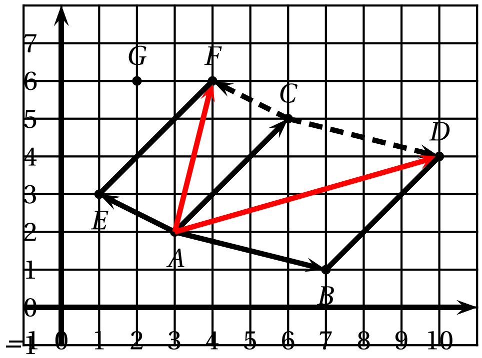
Exercice II

On considère la figure suivante :



On lit : $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}7\\6\end{pmatrix}$

Exercice III



1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
2. Construire le point F tel que $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AE}$.
3. (a) On construit G tel que $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{BC}$

   (b) $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y\check{r}C - y_B \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

   $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} x_G - x_A \\ y_G - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} x_G - 3 \\ y_G - 2 \end{pmatrix}$.

   On en déduit : $\begin{cases} x_G - 3 = -1 \\ y_G - 2 = 4 \end{cases}$ d'où $\begin{cases} x_G = -1 + 3 = 2 \\ y_G = 4 + 2 = 6 \end{cases}$ donc $\boxed{G(2\,;\,6)}$

Exercice IV

Dans un repère, on donne les points : $A(-2\,;\,2)$, $B(1\,;\,-3)$, $C(9\,;\,-1)$ et $D(6\,;\,4)$.

a)
- $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1-(-2)=3 \\ -3-2=-5 \end{pmatrix}$: $\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}}$.
- $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 6-(-2)=8 \\ 4-2=2 \end{pmatrix}$: $\boxed{\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}}$.
- $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 9-(-2)=11 \\ -1-2=-3 \end{pmatrix}$: $\boxed{\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 11 \\ -3 \end{pmatrix}}$.
- $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 9-6=3 \\ -1-4=-5 \end{pmatrix}$: $\boxed{\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}}$.

b) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ car les deux vecteur ont les mêmes coordonnées. On en déduit que $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice V

Le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$.
On considère les points $A(-2\,;\,3)$, $B(4\,;\,-1)$ et $C(5\,;\,3)$.

$ABDC$ est un parallélogramme si, et seulement si. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

- $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4-(-2)=6 \\ -1-3=-4 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$.
- $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - 5 \\ y_D - 3 \end{pmatrix}$

- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ si, et seulement si, $\begin{cases} x_D - 5 = 6 \\ y_D - 3 = -4 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_D = 6+5 = 11 \\ y_D = -4+3 = -1 \end{cases}$.

  D a pour coordonnées $\boxed{D(11\,;\,-1)}$