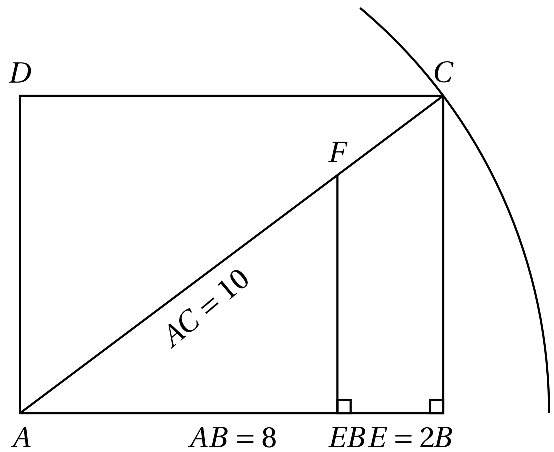
correction du TD n° 2 : exercices de révision (Théorème de Thalès, fractions)

I

ABCD est un rectangle tel que AB =8 cm et
AC =10 cm.
E est le point sur [AB] tel que BE =2 cm.
La perpendiculaire à (AB) passant par E coupe (AC) en F.

1. Figure



2. Les droites (EF) et (BC) sont perpendiculaires à la même droite, donc elles sont parallèles.
   Les triangles AEF et ABC sont formés par des droites parallèles; on peut appliquer le théorème de Thalès.

TriangleAEF	AE	EF	AF
TriangleABC	AB	BC	AC

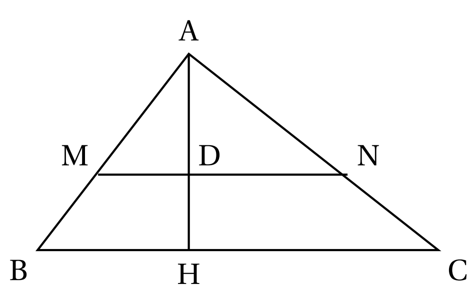
C'est un tableau de proportionnalité, donc : $\boxed{\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{EF}{BC} = \dfrac{AF}{AC}}$.

On en déduit : $\dfrac{6}{8} = \dfrac{EF}{BC}$ donc $\boxed{\dfrac{EF}{BC} = \dfrac{3}{4}}$.

Il faut calculer BC. On utilise le théorème de Pythagore :
$BC^2 = AC^2 - AB^2 =$ 10Í2 $- 8^2 = 35$ donc $\boxed{BC = 6}$.

Alors : $EF = \dfrac{3}{4} \times BC = \dfrac{3}{4} \times 6 = \dfrac{9}{2} = 4,5$; $\boxed{EF = \dfrac{9}{2}}$.

II



On donne la figure ci-dessus dans laquelle les dimensions ne sont pas respectées.
Les longueurs réelles sont :
AM = 9 cm, MB = 6 cm
BH = 9 cm, HC = 16 cm
AC = 20 cm

Les droites (MN) et (AH) sont perpendiculaires, ainsi que les droites (BC) et (AH).
Les questions sont indépendantes.

1. **Calcul de la longueur AH** :
Le triangle ABH est rectangle en H. On applique le théorème de Pythagore :
$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$ donc $\boxed{AH = \sqrt{144} = 12}$.

2. Dans le triangle ABH, on a : $\cos\left(\widehat{ABH}\right) = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABH}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{9}{15} = \boxed{\dfrac{3}{5}}$.
Avec une calculatrice, on trouve $\widehat{ABH} \approx 53\ ^\circ$, à un degré près

3. (MN) et (BC) sont perpendoiculaires à une même droite, donc elles sont parallèles.
On peut alors appliquer le théorème de Thalès :
$\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MD}{BH}$ donc $\dfrac{9}{15} = \dfrac{MD}{9}$ d'où $MD = \dfrac{9}{15} \times 9 = \dfrac{3}{5} \times 9 = \boxed{\dfrac{27}{5}}$.

4. $AB = 15$; $BC = 25$ et $AC = 20$.
Le plus grand côté du triangle ABC est $BC = 25$.
   - $BC^2 = 25^2 = 625$.
   - $AB^2 + AC^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$

   On en déduit que $\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$.
   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est **rectangle** en A.

III

Calculer :

$$A = \frac{3}{2} + \frac{12}{2} = \boxed{\frac{15}{2}}$$

$$B = 7 \times \frac{2}{5} = \frac{7 \times 2}{5} = \boxed{\frac{14}{5}}$$

$$C = \frac{2}{3} \times \frac{7}{11} = \frac{2 \times 7}{3 \times 11} = \boxed{\frac{14}{33}}$$

$$D = \frac{2}{5} + \frac{5}{12} - \frac{1}{15} = \frac{2 \times 12}{5 \times 12} + \frac{5 \times 5}{12 \times 5} = \frac{24}{60} + \frac{25}{60} = \boxed{\frac{49}{60}}$$

$$E = \frac{1 - \frac{1}{3}}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{5}$$
$$= \frac{\frac{2}{3}}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{5}$$
$$= \frac{\cancel{2} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 3 \times \cancel{2} \times 2} - \frac{1}{5} = \frac{1}{6} - \frac{1}{5} = \frac{5-6}{30} = \boxed{-\frac{1}{30}}$$

IV

Simplifier les fractions suivantes :

$$A = \frac{30}{63} = \frac{\cancel{6} \times 5}{\cancel{6} \times 7} = \boxed{\frac{5}{7}}$$

$$B = \frac{35}{85} = \frac{\cancel{5} \times 7}{\cancel{5} \times 17} = \boxed{\frac{7}{17}}$$

$$C = \frac{50}{58} = \frac{\cancel{2} \times 25}{\cancel{2} \times 29} = \boxed{\frac{25}{29}}$$

$$D = \frac{48}{92} = \frac{\cancel{4} \times 12}{\cancel{4} \times 23} = \boxed{\frac{12}{23}}$$

V

On suppose que x est un nombre non nul ($x \neq 0$).
Écrire chacune des expressions suivantes sous la forme d'une seule fraction.

$$A = 3 + \frac{2}{x} = \frac{3x}{x} + \frac{2}{x} = \boxed{\frac{3x+2}{x}}$$

$$B = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \boxed{\frac{x+1}{x^2}}$$

$$C = \frac{x}{3} + \frac{3}{x} = \frac{x \times x}{3 \times x} + \frac{3 \times 3}{x \times 3} = \boxed{\frac{x^2+9}{3x}}$$

$$D = \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{x \times x}{x(x+1)} + \frac{1 \times (x+1)}{x \times (x+1)} = \boxed{\frac{x^2+x+1}{x(x+1)}}$$