Correction du contrôle (milieux et longueur d'un segment)

I **(1,5 point)**

Dans un repère, on considère les points $A(2\,;\,5)$ et $B(3\,;\,-7)$.

$x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{2+3}{2} = \dfrac{5}{2}$

$y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{5+(-7)}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1.$

Le milieu M du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\boxed{M\left(\dfrac{5}{2}\,;\,-1\right)}$

II **(1,5 point)**

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(3\,;\,2)$ et $B(7\,;\,5)$.

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2} = \sqrt{(7-3)^2 + +(5-2)^2}\sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ donc $\boxed{AB = 5}$.

III **(4 points)**

Dans un repère (O; I; J) orthonormal, on donne les points R(1; -1), S(-2; 0), T(0; 6) et U(3; 5).

1) Voir figure à la fin de l'exercice.

2) RSTU semble un rectangle

3) $x_M = \dfrac{x_R + x_T}{2} = \dfrac{1+0}{2} = \dfrac{1}{2}$ et $y_M = \dfrac{y_R + y_T}{2} = \dfrac{-1+6}{2} = \dfrac{5}{2}$.

   $\boxed{M\left(\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{5}{2}\right)}$

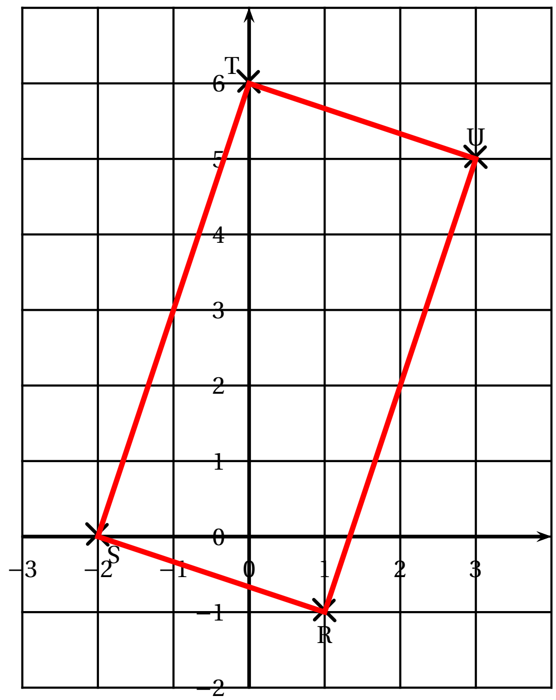
4) De même : $x_{M'} = \dfrac{x_S + x_U}{2} = \dfrac{-2+3}{2} = \dfrac{1}{2}$ et

   $y_{M'} = \dfrac{y_S + y_U}{2} = \dfrac{0+5}{2} = \dfrac{5}{2}$.

   $\boxed{M'\left(\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{5}{2}\right)}$

5) M et M' ont les mêmes coordonnées donc $\boxed{M = M'}$. Les diagonales du quadrilatère $RSTU$ ont le même milieu donc c'est un **parallélogramme**. Montrons que c'est un rectangle.

   - $SR = \sqrt{(1-(-2))^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$.
   - $ST = \sqrt{(0-(-2))^2 + (6-0)^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{4+36}$ $= \sqrt{40}$.
   - $RT = \sqrt{(0-1)^2 + (6-(-1))^2} = \sqrt{(-1)^2 + 7^2} = \sqrt{1+49}$ $= \sqrt{50}$
   - $RT^2 = 50$; $SR^2 + ST^2 = 10 + 40 = 50$ donc $RT^2 = SR^2 + ST^2$.
     D'après la réciproque du théorème de Pythagore, RST est rectangle en S.
     $RSTU$ est un parallélogramme avec un angle droit, c'est un rectangle.



IV **(4 points)**

Dans un repère orthonormé (O; I; J), on considère les points A (3; -1), B (5; 2) et C (7; -1).

1)
   - $AB = \sqrt{(5-3)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{4+9} = \boxed{\sqrt{13}}$.
   - $AC = \sqrt{(7-3)^2 + (-1-(-1))^2} = \sqrt{4^2+0^2} = 4$
   - $BC = \sqrt{(7-5)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$.

2) $AB = BC = \sqrt{13}$ donc ABC est isocèle en B

V **(3 points)**

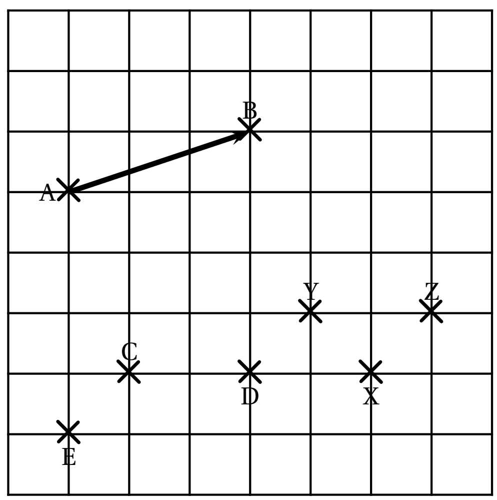
Dans un repère orthonormé (0 ; I ; J), on considère les points A(- 2 ; - 1), B(4 ; 3), F(3 ; 4).

1. $x_I = \dfrac{4+(-2)}{2} = 1$; $y_I = \dfrac{-1+3}{2} = 1$ donc $\boxed{I(1\ ;\ 1)}$.
2. Le rayon r du cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB] est $r = IA = \sqrt{(-2-1)^2+(-1-1)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$. $\boxed{IA = \sqrt{13}}$
3. $IF = \sqrt{(3-1)^2+(4-1)^2} = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} = r$.
   $IF = r = \sqrt{13}$ donc F appartient au cercle de centre I et de rayon $\sqrt{13}$.

VI **(3 points)**

À partir de la figure :

1) L'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est Y.
   L'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est Z.
   L'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est D.
2) On en déduit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CY} = \overrightarrow{DZ} = \overrightarrow{ED}$
3) • $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CY}$ donc $ABYC$ est un parallélogramme.
   • $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DZ}$ donc $ABZD$ est un parallélogramme.
   • $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$ donc $ABDE$ est un parallélogramme.



VII **(3 points)**

Soient A, B et C trois points. (Voir figure).

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Voir figure
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$. Voir figure
3. Par construction, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$ donc $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CD}$.
   On en déduit que C est le milieu de $[ED]$