2nde : correction du TD nº 5 (milieu et longueur d'un segment)

I

On considère les points A(3; 4) et B(2; 2) du plan muni d'un repère (O; I; J).
M est e milieu de $[AB]$.
$x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{3+2}{2} = \dfrac{5}{2}$ et $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{4+2}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$. D'où : $\boxed{M\left(\dfrac{5}{2}\,;\,3\right)}$

II

On considère un repère du plan. Dans chacun des cas, déterminer les coordonnées du milieu M de [AB]

On applique les mêmes formules : $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ et $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}$

a) A(1; -5) et B(3; -9) : $\boxed{M\,(2\,;\,-7)}$.

b) A(-2; 1) et B(2; 0) : $\boxed{M\left(0\,;\,\dfrac{1}{2}\right)}$.

c) $A(-3\,;\,\sqrt{2})$ et $B(2\,;\,-\sqrt{2})$: $\boxed{M\left(-\dfrac{5}{2}\,;\,0\right)}$.

d) A(1; -3) et B(-1; 3) : $\boxed{M\,(0\,;\,-3)}$

III

Dans un repère (O; I; J) du plan, on considère les points $A(1\,;\,-2)$, $B(6\,;\,1)$, $C(9\,;\,2)$ et $D(4\,;\,-1)$.
Soit M le milieu de la diagonale $[AC]$;
$x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{1+9}{2} = 5$ et
$y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{-2+2}{2} = 0$.
Soit M' le milieu de la diagonale $[BD]$;
$x_{M'} = \dfrac{x_B + x_D}{2} = \dfrac{6+4}{2} = 5$ et
$y_{M'} = \dfrac{y_B + y_D}{2} = \dfrac{1(-1)2}{2} = 0$.
M et M' ont les mêmes coordonnées donc $M = M'$.
Les diagonales du quadrilatère ABCD ont le même milieu, donc ABCD est un parallélogramme.

IV

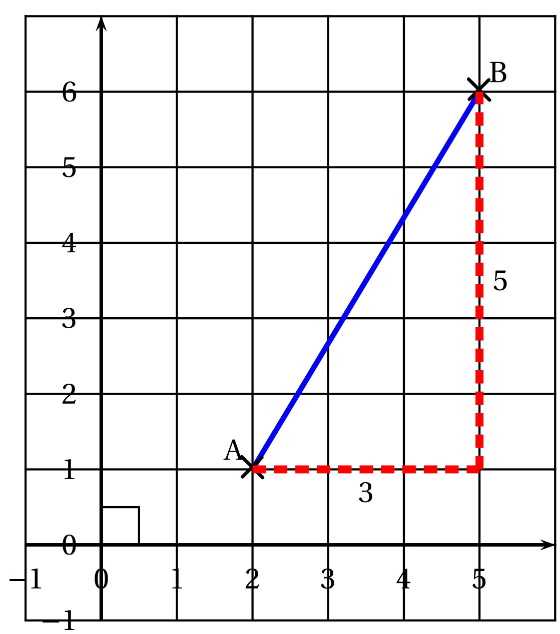
Dans un repère du plan, on considère les points E(3; 4), F(6; 6) et G(4; -1).
Soit M le milieu de $[EG]$: $M\left(\dfrac{7}{2}\,;\,\dfrac{3}{2}\right)$.
Pour que $EFGH$ soit un parallélogramme, les deux digonales doivent avoir le même milieu.
M doit aussi être le milieu de $[FH]$.
On doit avoir :
$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_F + x_H}{2} \\[2ex] y_M = \dfrac{y_F + y_H}{2} \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} \dfrac{7}{2} = \dfrac{6 + x_H}{2} \\[2ex] \dfrac{3}{2} = \dfrac{6 + y_H}{2} \end{cases}.$$
On en déduit : $\begin{cases} 6 + x_H = 7 \\ 6 + y_H = 3 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_H = 1 \\ y_H = -3 \end{cases}$.
Pour que $EFGH$ soit un parallélogramme, il faut que H ait pour coordonnées $\boxed{H(1\,;\,-3)}$.

V

Dans un repère orthonormé (O; I; J), on considère les points $A(3\,;\,7)$ et $B(8\,;\,-2)$.
Le centre du cercle de diamètre $[AB]$ est le milieu M de $[AB]$.
$\boxed{M\left(\dfrac{11}{2}\,;\,\dfrac{5}{2}\right)}$.

VI

$(O\,;\,I\,;\,J)$ est un repère orthonormé.
Soient $A(2\,;\,1)$ et $B(5\,;\,6)$.



On applique le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle obtenu en traçant des parallèles aux axes en partant de A et B.
On en déduit : $AB^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$ donc $\boxed{AB = \sqrt{34}}$.