

Développement d'une expression algébrique

I Développements avec la distributivité



Définition

Développer une expression algébrique consiste à la transformer en retirant les « enveloppes », c'est-à-dire les parenthèses.



Propriété fondamentale (distributivité)

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

Exemple : $2(x + 3) = 2x + 2 \times 3 = 2x + 6$

On en déduit le développement suivant : (double distributivité)

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Démonstration : $(a + b)(c + d) = (a + b)c + (a + b)d = ac + bc + ad + bd = ac + ad + bc + bd$

Remarque Quand on a des signes -, on développe comme ci-dessus et on tient compte de la règle des signes : (car $a - b = a + (-b)$)

Exemple : $(2x - 3)(3x - 5) = 2x \times 3x - 2x \times 5 - 3 \times 3x + 3 \times 5 = 6x^2 - 10x - 9x + 15 = 6x^2 - 19x + 15$

II Identités remarquables



Propriété

Il y a trois développements particuliers que l'on retrouve sans arrêt, qu'on appelle identités remarquables :

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- $(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Démonstration :

- $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a \times a - a \times b - b \times a + b \times b = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- $(a + b)(a - b) = a \times a - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

Exemples :

$$A = (2x + 3)^2 = (a + b)^2 \text{ avec } \begin{cases} a = 2x \\ b = 3 \end{cases}$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 6x + 9$$

$$B = (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 = (a - b)^2 \text{ avec } \begin{cases} a = \sqrt{7} \\ b = \sqrt{3} \end{cases}$$
$$= a^2 - b^2 = \sqrt{7}^2 - \sqrt{3}^2 = 7 + 3 = \boxed{4}$$

$$C = (7x + 5)(7x - 5) = (a + b)(a - b) \text{ avec } \begin{cases} a = 7x \\ b = 5 \end{cases}$$
$$= a^2 - b^2 = (7x)^2 - 5^2 = \boxed{49x^2 - 25}$$

III Vidéos explicatives

- Distributivité, identités remarquables
- Comment développer une expression
- Appliquer des identités remarquables (début de la vidéo)