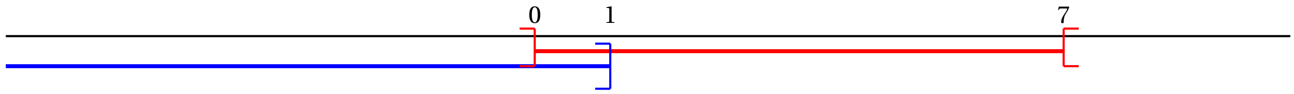
2^nde correction du TD sur intersection, réunion et valeurs absolues

I

a) $]0\,;\,7[\cap]-\infty\,;\,1]=]0\,;\,1]$. (Partie coloriée deux fois)



b) $[-7\,;\,9]\cap]-\infty\,;\,-3[=[-7\,;\,-3[$. (On exclut -3 puisqu'il n'appartient pas au deuxième intervalle)

c) $[-7\,;\,9]\cup]-\infty\,;\,-3[=]-\infty\,;\,9]]$.

d) $[-1\,;\,0]\cap]-2\,;\,0]=[-1\,;\,0]$ car $[-1\,;\,0]$ est inclus dans $]-2\,;\,0]$.

II

Compléter le tableau :

I	J	$I\cap J$	$I\cup J$
$[5\,;\,19]$	$]-\infty\,;\,0[$	$\varnothing$	$[5\,;\,19]\cup]-\infty\,;\,0[$
$]-\infty\,;\,-2]$	$]-2\,;\,3]$	$\varnothing$	$]-\infty\,;\,3]$

III

Calculer :

a) $|4-6|=|-2|=\boxed{2}$ car $|x|$ est la distance de x à 0 et est toujours un nombre positif.

b) $|3,14-\pi|=-(3,14-\pi)=\boxed{\pi-3,14}$ car $\pi>3,14$ donc $3,14-\pi$ est négatif et $|x|=-x$ si x est négatif.

c) $\left|\sqrt{2}-\sqrt{3}\right|=-\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)=\boxed{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ car $\sqrt{3}>\sqrt{2}$ donc $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ est négatif.

IV

- $|x|=7$ a pour solutions -7 et 7 car $|x|$ est la distance de x à 0, donc on doit s'éloigner de 7 unités de 0 vers la gauche ou la droite. $\boxed{\mathscr{S}=\{-7\,;\,7\}}$
- $|x-3|$ est la distance de x à 3. Cette distance est égale à 2, donc x est à deux unité à gauche ou à droite de 3. L'ensemble des solutions est : $\boxed{\mathscr{S}=\{1\,;\,5\}}$
- $|x+6|=5$ s'écrit $|x-(-6)|=5$; $|x+6|$ est donc la distance de x à -6.
  x doit être à 5 unités à gauche ou à droite de -6; l'ensemble des solutions est donc $\boxed{\mathscr{S}=\{-11\,;\,-1\}}$
- L'équation $\left|x+4\sqrt{3}\right|=-1$ n'a pas de solution car la valeur absolue d'un nombre est toujours positive et -1 est négatif; $\boxed{\mathscr{S}=\varnothing}$.

V

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x-5|<1$.
  La distance de x à 5 soit être inférieure à 1, donc x doit être à moins d'une unité à gauche ou à droite de 1.
  L'ensemble des solutions est $\boxed{\mathscr{S}=]4\,;\,6[}$.
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x+3|\leqslant 21$.
  $|x+3|\leqslant 21$ équivaut à $|x-(-3)|\leqslant 21$.
  La distance de x à -3 doit être inférieure ou égale à 21, donc x doit être à moins de 21 unités à gauche ou à droite de -3.
  L'ensemble des solutions est $\boxed{\mathscr{S}=[-24\,;\,18]}$.
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x-2|>3$.
  La distance de x à 2 doit être strictement supérieure à 3, donc x doit être à plus de 3 unités de 2, à gauche ou à droite.
  L'ensemble des solutions est $\boxed{\mathscr{S}=]-\infty\,;\,-1[\cup]5\,;\,+\infty[}$.