Développement d'une expression algébrique

I Développements avec la distributivité

Définition

Développer une expression algébrique consiste à la transformer en retirant les « enveloppes », c'est-à-dire les parenthèses.

Propriété fondamentale (distributivité)

$k(a+b) = ka + kb$
$k(a-b) = ka - kb$

Exemple : $2(x+3) = 2x + 2 \times 3 = 2x + 6$

On en déduit le développement suivant :
$\boxed{(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd}$

Démonstration : $(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d = ac + bc + ad + bd = ac + ad + bc + bd$

Remarque Quand on a des signes -, on développe comme ci-dessus et on tient compte de la règle des signes : (car $a - b = a + (-b)$)

Exemple : $(2x-3)(3x-5) = 2x \times 3x - 2x \times 5 - 3 \times 3x + 3 \times 5 = 6x^2 - 10x - 9x + 15 = \boxed{6x^2 - 19x + 15}$

II Identités remarquables

Propriété

Il y a trois développements particuliers que l'on retrouve sans arrêt, qu'on appelle identités remarquables :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Exemples :

A $= (2x+3)^2 = (a+b)^2$ avec $\begin{cases} a = 2x \\ b = 3 \end{cases}$

$= a^2 + 2ab + b^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = \boxed{4x^2 + 6x + 9}$

B $= (7x+5)(7x-5) = (a+b)(a-b)$ avec $\begin{cases} a = 7x \\ b = 5 \end{cases}$

$= a^2 - b^2 = (7x)^2 - 5^2 = \boxed{49x^2 - 25}$

C $= (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 = (a-b)^2$ avec $\begin{cases} a = \sqrt{7} \\ b = \sqrt{3} \end{cases}$

$= a^2 - b^2 = \sqrt{7}^2 - \sqrt{3}^2 = 7 + 3 = \boxed{4}$