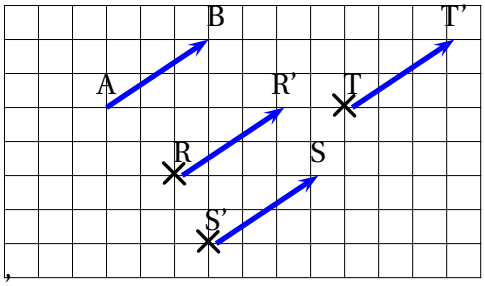
2nde Correction des exercices sur les vecteurs (1)

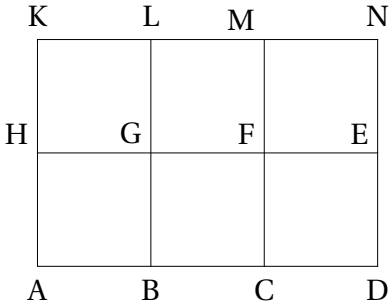
I

À l'aide du quadrillage, construire l'image des points R, S et T par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



II

Six carrés sont juxtaposés comme sur la figure ci-dessous.



a) L'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AH}$ est G;

b) L'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$ est H;

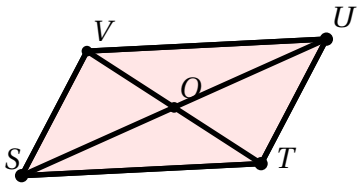
c) L'image de L par la translation de vecteur $\overrightarrow{MB}$ est A;

d) L'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{HM}$ est F;

e) L'image de G par la translation de vecteur $\overrightarrow{HG}$ est F.

III

STUV est un parallélogramme de centre O.
On commence par faire une figure :

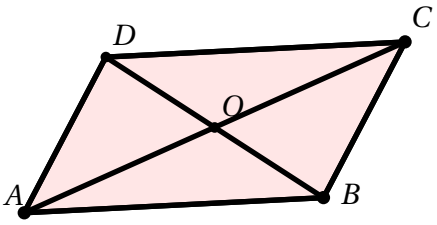


1. (a) L'image de S par la translation qui transforme V en U est T.
   (b) On en déduit que $\overrightarrow{VU} = \overrightarrow{ST}$
2. $\overrightarrow{UT} = \overrightarrow{VS}$ (ces deux vecteurs caractérisent la même translation)
3. Les vecteurs $\overrightarrow{SO}$ et $\overrightarrow{OU}$ sont égaux. En effet, O est le milieu de la diagonale [SU] donc ces deux vecteurs caractérisent la même translation.

IV

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O.

1. Faire une figure à main levée.



2. Parmi les égalités suivantes, quelles sont celles dont on est **sûr** qu'elles sont vraies ?
   (a) $OA = OC$: **VRAI**; puisque $ABCD$ est un parallélogramme, O est le milieu des diagonales, donc les longueurs OA et OC sont égales.
   (b) $AB = CD$: **VRAI**; dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.
   (c) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$: **FAUX**; ces deux vecteurs ne vont pas dans le même sens, donc ne caractérisent pas la même translation.

(d) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$: **VRAI**; cette fois, les deux vecteurs caractérisent la même translation, car les deux côtés $[AD]$ et $[BC]$ sont parallèles et de même longueur.

(e) $[DO] = [BO]$; **FAUX**; certes, ces segments ont la même longueur, mais ne sont pas au même endroit. Deux segments sont identiques s'ils ont la même origine et la même extrémité.

(f) $OD = OB$: **VRAI** puisque O est le milieu de la diagonale $[BD]$

(g) $OA = OB$: **FAUX** en général; pour que ce soit vrai, il faudrait que les deux diagonales du parallélogramme $ABCD$ aient la même longueur. $ABCD$ serait alors un **rectangle**.

(h) $(OA) = (OD)$: **FAUX**; ces deux droites ne sont pas égales.

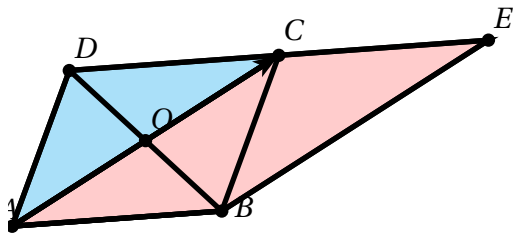
Remarque; bien faire la distinction être les différentes notations!

- $[AB]$ est le segment d'extrémités A et B.
- $[AB)$ est la demi-droite partant de A et passant par B, donc illimitée du côté de B.
- (AB) est la droite passant par A et B.
- $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur d'origine A et d'extrémité B.
- AB est la longueur du segment $[AB]$; c'est donc un **nombre**

V

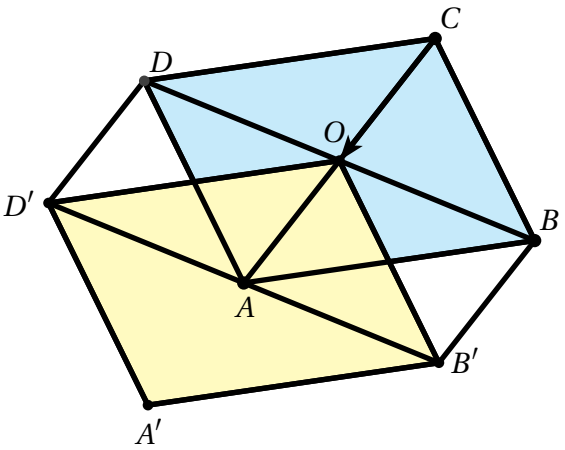
$ABCD$ est un parallélogramme.

1. Dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$, construire l'image E de B.



2. Dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Justifier.
   (a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$
   (b) $ABCE$ est un parallélogramme.
   (c) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$.
   (d) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$
   (e) C est le milieu de $[DE]$.

VI



$ABCD$ est un parallélogramme de centre O.

1. Dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CO}$:
   (a) L'image de C est O.
   (b) L'image de O est A.
2. Construire les images respectives A', B' et D' des points A, B et D dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CO}$.
   Voir figure.
3. (a) Tracer le quadrilatère $A'B'OD'$, image de $ABCD$ dans cette translation.
   (b) Démontrons que ce quadrilatère est un parallélogramme.
   - Par construction : $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DD'}$.
   - Puisque $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DD'}$, $OAD'D$ est un parallélogramme, donc $OD = AD$.
   - Pour les mêmes raisons, $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BB'}$, donc $OAB'B$ est un parallélogramme, d'où $AB' = OB$.
   - $ABCD$ est un parallélogramme de centre O, donc O est le milieu de la diagonale $[DB]$.
     On en déduit $OD = OB$.
     On en déduit $AD' = AB'$.
   - A est donc le milieu de $[D'B']$.
     A est donc le milieu des deux diagonales $[D'B']$ et OA'; on en déduit que $A'B'OD'$ est un parallélogramme