Correction de l'accompagnement personnalisé (AP4) du 3 octobre

Exercice I

Pour chacun des nombres suivants, déterminer le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient.

$a = \dfrac{25}{27}$ ne peut pas se simplifier ; c'est le quotient de deux entiers : $\boxed{a \in \mathbb{Q}}$

$b = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$; $\boxed{b \in \mathbb{R}}$

$c = \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2^2 \times 2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$ donc $\boxed{c \in \mathbb{N}}$

$d = \dfrac{468}{234} = \dfrac{2 \times \cancel{234}}{\cancel{235}} = 2$ donc $\boxed{d \in \mathbb{N}}$

$e = \ 0,123$; $e \in \mathbb{D}$ (trois chiffres après la virgule) ou $e = \dfrac{123}{10^3}$, quotient d'une entier par une puissance de 10.

Exercice II

POur chacun des cas suivants, donner l'intersection $I \cap J$ et la réunion $I \cup J$.

a) $I = [3\ ;\ 6]$ et $J = [4\ ;\ 10]$
$\boxed{I \cap J = [4\ ;\ 6]}$; $\boxed{I \cup J = [3\ ;\ 10]}$

b) $I =]-4\ ;\ 6]$ et $J = [10\ ;\ 15]$
$\boxed{I \cap J = \emptyset}$; $\boxed{I \cup J =]-4\ ;\ 6] \cup [10\ ;\ 15]}$ (pas d'autre manière d'écrire la réunion)

c) $I =]-\infty\ ;\ 2]$ et $J = [-2\ ;\ +\infty[$
$I \cap J = [-2\ ;\ 2]]$ et $I \cup J =]-\infty\ ;\ +\infty[$ donc $\boxed{I \cup J = \mathbb{R}}$

Exercice III

Exprimer les appartenances suivantes sous forme d'inégalités :

a) $x \in]-\infty\ ;\ 0]$ équivaut à $\boxed{x \leqslant 0}$.

b) $x \in]-3\ ;\ 12]$ équivaut à $\boxed{-3 < x \leqslant 12}$

c) $y \in [5\ ;\ +\infty[$ équivaut à $\boxed{x \geqslant 5}$

Exercice IV

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x + 3$

1.
   - $f(1) = -2 \times 1 + 3 = -2 + 3 = 1$
   - $f(3) = -2 \times 3 + 3 = -6 + 3 = -3$
   - $f(7) = -2 \times 7 + 3 = -11$
   - $f(-1) = -2 \times (-1) = 3 = 2 + 3 = 5$
   - $f(-2) = -2 \times (-2) + 3 = 4 + 3 = 7$
   - $f(-10) = -2(-10) + 3 = 20 + 3 = 23.$
2. Déterminer les antécédents par f des nombres suivants : 1 ; 3 ; 7 et -1.

- On cherche le ou les nombre(s) $x$tel(s) que $f(x)=1$.
  $f(x)=1$ équivaut à $-2x+3=1$ équivaut à $-2x=-2$ d'où $x=\dfrac{-2}{-2}=1$. L'antécédent de 1 est 1.
- $f(x)=3$ équivaut à $-2x+3=3$ équivaut à $-2x=0$ d'où $x=0$. L'antécédent de 3 est 0.
- $f(x)=7$ équivaut à $-2x+3=7$ équivaut à $-2x=4$ d'où $x=\dfrac{4}{-2}=-2$. L'antécédent de 7 est -2.
- $f(x)=-1$ équivaut à $-2x+3=-1$ équivaut à $-2x=-4$ d'où $x=\dfrac{-4}{-2}=2$. L'antécédent de -1 est 21.

3. $f(x)=10$ équivaut à $-2x+3=10$ donc $-2x=7$ d'où $x=\dfrac{7}{-2}=-\dfrac{7}{2}$

Exercice V

On considère la fonction f définie sur $]2;+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{3}{x-2}$$

1. Le dénominateur $x-2$ s'annule en 2, or, on ne peut pa s diviser par 2. La fonction n'est donc pas définie en 2.
2. - $f(3)=\dfrac{3}{3-2}=\dfrac{3}{1}=3$
   - $f(4)=\dfrac{3}{4-2}=\dfrac{3}{2}$
   - $f(8)=\dfrac{3}{8-2}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$
   - $f(12)=\dfrac{3}{12-2}=\dfrac{3}{10}$
3. $f(x)=\dfrac{3}{4}$ équivaut à $\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{3}{4}$ donc $x-2=4$ qui donne $\boxed{x=6}$ (deux fractions qui ont le même numérateur sont égale si, et seulement si, elles ont le même dénominateur.)
   $\boxed{\mathscr{S}=\{6\}}$

Exercice VI

La fonction f est définie par $f(x)=x^2+1$ et a pour courbe représentative$\mathscr{C}_f$.
$f(-2)=(-2)^2+1=4+1=5$ donc A appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.