Correction des exercices sur les nombres entiers

I

Un multiple de 7 compris entre 75 et 80 est $\boxed{77}$ ($77 = 7 \times 11$).

II

Lloris affirme : « -121 est un multiple de 11 »A-t-il raison ?
Oui, il a raison car $\boxed{121 = 11 \times 11 = 11^2}$.

III

Laquelle de ces affirmations est exacte ?

a) 81 est un diviseur de 3. C'est **faux**. 3 est un diviseur de 81.

b) 185 est divisible par 5. **Vrai**, car $185 = 5 \times 37$.

c) 253 est un multiple de 3. C'est **faux**.

IV

Recopier et compléter chaque phrase.

1. $144 = 24 \times 6$ donc 24 est un **diviseur** de 144.
2. $\dfrac{84}{7} = 12$ donc $84 = 7 \times 12$; 84 est **divisible** par 7 et par **12**.
3. $295 = 59 \times 5$ donc 295 est un **multiple** de 59 et de **5**.

V

n désigne un entier de $\mathbb{Z}$.
Lesquelles de ces écritures désignent un nombre pair ?

a) $2n$; **vrai**

b) $4n$; **vrai** car $4n = 2 \times 2n$ qui est bien un multiple de 2.

c) $2n+3$; **faux** ; $2n+3 = 2n+2+1 = \underbrace{2(n+1)}_{\text{nombre pair}} +1$ donc c'est un nombre impair.

d) 2n-2 ; **vrai** car $2n-2 = 2(n-1)$ qui est donc un multiple de 2.

VI

n désigne un entier de $\mathbb{Z}$.
Lesquelles de ces écritures désignent un nombre pair ?

a) $2n+1$; **faux**, c'est un nombre pair augmenté de 1, donc un nombre impair.

b) $2n-1$; **faux**, c'est un nombre pair diminué de 1, donc un nombre impair.

c) $4n+3$; **faux** : $4n+3 = 4n+4-1 = 4(n+1)-1 = 2 \times 2(n+1)-1$ donc un nombre pair diminué de 1 ; il est donc impair.

d) $2n+4$; **vrai**, car $2n+4 = 2(n+2)$ qui est un multiple de 2.

VII

a désigne un nombre de $\mathbb{Z}$.
Démontrer que :

1. la différence de deux multiples de a est un multiple de a.
   Deux multiples de a sont de la forme ka et $k'a$ où k et k' sont des entiers relatifs.
   Alors : $k'a - ka = \boxed{(k'-k)a}$ qui est un multiple de a car $k'-k$ est un entier.
2. le produit de deux multiples de a est un multiple de a.
   De même : $ka \times k'a = \boxed{kk'a \times a}$ qui est un multiple de a.

VIII

n désigne un nombre de $\mathbb{Z}$.

1. Le nombre précédent n est $\boxed{n-1}$; le suivant est $\boxed{n+1}$.
2. La somme des trois nombres est $(n-1)+n+(n+1) = n-1+n+n+1 = n+n+n-1+1 = \boxed{3n}$.
3. On en déduit que la somme de trois entiers relatifs consécutifs est un **multiple de 3**.

IX

Démontrer que le produit de deux nombres impairs est un nombre impair.
Soient $2n+1$ et $2p+1$ deux nombres impairs.
Leur produit est $(2n+1)(2p+1) = 2p \times 2p + 2n \times 1 + 1 \times 2p + 1 \times 1 = 4np + 2n + 2p + 1 = \underbrace{2\left(2np+n+p\right)}_{\text{nombre pair}} + 1$ donc on a un nombre impair.

X

n désigne un nombre de $\mathbb{Z}$.
Étudier la parité du nombre n^3.

- Si n est pair, $n = 2p$ où $p \in \mathbb{Z}$.
  Alors $n^3 = (2p)^3 = 2^3 p^3 = 8p^3 = \boxed{2 \times 4p^3}$ qui est un nombre pair.
- Si n est impair, $n = 2p+1$ donc $n^3 = (2p+1) \times (2p+1) \times (2p+1)$
  $(2p+1) \times (2p+1)$ est impair comme produit de deux nombres impairs (ovoir exercice précédent) ; on le multiplie de nouveau par un nombre impair, donc le produit final est impair.

XI

Expliquer pourquoi chacun de ces nombres n'est pas premier :

a) $39 = 3 \times 13$ donc 39 n'est pas premier.

b) $72 = 2 \times 36$ donc 72 n'est pas premier

c) $145 = 5 \times 29$ donc 145 n'est pas premier

d) $153 = 3 \times 51$ donc 153 nest pas premier.

XII

Claire affirme : « La somme de deux nombres impairs est un nombre premier. »
Que peut-on en penser ?
C'est **faux** ; 1 er 3 sont impairs et $1 + 3 = 4$ qui n'est pas premier.