

NOM (en **caractères majuscules d'imprimerie**) :

PRÉNOM :

CLASSE : 2^{nde} n° ...

Devoir commun de mathématiques n° 2

2^{nde}

Durée : 2 heures

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre voulu.

L'usage de la calculatrice est autorisé, mais le prêt de calculatrice est interdit.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation de la copie.

Tout résultat devra être soigneusement justifié.

Les élèves d'UPE2A sont autorisés à utiliser un dictionnaire.

EXERCICE I

Les quatre questions suivantes sont indépendantes.

- Soient A , B , C et D quatre points tels que A est l'image de D par la translation de vecteur \overrightarrow{BC} . Que peut-on en déduire?

.....
.....
.....

Pour les questions suivantes, on se place dans un repère orthonormé ($O ; I ; J$).

- Soient les points $M(-2 ; 5)$ et $N(5 ; 4)$. Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{NM} .

.....
.....

- Soient les vecteurs

$$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad \vec{w} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Y a-t-il des vecteurs colinéaires dans cette liste? Si oui, lesquels? Justifier.

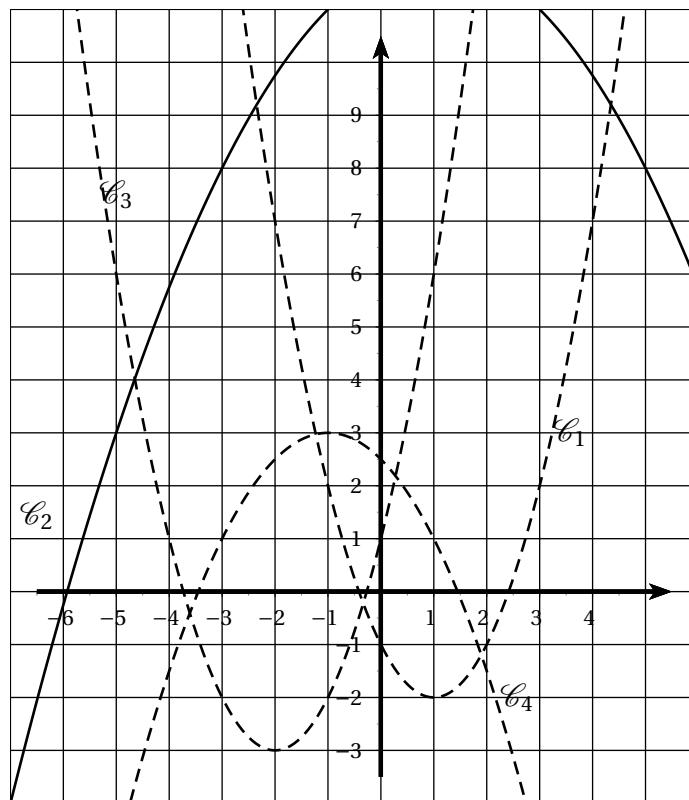
.....
.....
.....
.....
.....

- Soient les points $R(1;0)$, $S(4;6)$ et $T(101;200)$. Les trois points R , S et T sont-ils alignés? Justifier.

.....
.....
.....
.....

EXERCICE II

Voici quatre paraboles représentées dans un repère orthonormé :



La courbe C₂ n'a pas pu être représentée entièrement sur la feuille mais correspond bien à une parabole.

Associer chaque polynôme à sa courbe représentative en justifiant.

$$f(x) = (x + 2)^2 - 3$$

$$g(x) = (x - 1)^2 - 2$$

$$h(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 3$$

$$i(x) = -\frac{1}{4}(x - 1)^2 + 12$$

EXERCICE III

La jeune Mona a des pièces de monnaie dans les poches de son pantalon :

- dans la poche gauche, elle dispose de deux pièces de 1 euros et d'une pièce de 50 centimes;
- dans la poche droite, elle dispose d'une pièce de 50 centimes, une pièce de 1 euro et une pièce de 2 euros.

Elle souhaite acheter un journal coûtant 2 euros. Ainsi, elle extrait au hasard une pièce de la poche gauche puis une pièce de la poche droite de son pantalon.

Mona a autant de chances de tirer chaque pièce d'une même poche.

1. Illustrer ces deux tirages à l'aide d'un arbre.

2. Quelle est la probabilité que les deux pièces tirées correspondent au prix exact du journal?

.....
.....

3. Quelle est la probabilité que les deux pièces tirées lui permettent d'acheter le journal tout en recevant de la monnaie en retour?

.....
.....

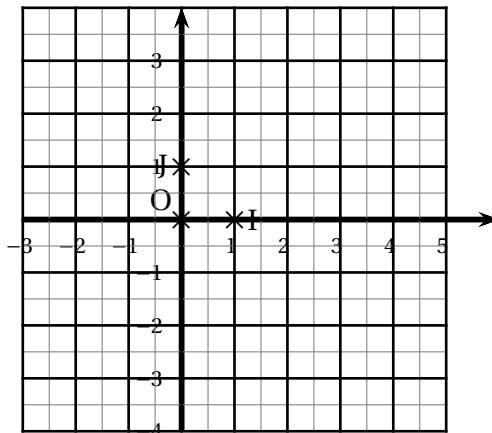
4. Quelle est la probabilité que les deux pièces tirées ne lui permettent pas d'acheter le journal?

.....
.....

EXERCICE IV

On considère un repère $(O ; I ; J)$ et on considère les points $A(-2 ; -2)$, $B(2 ; 1)$, $C(5 ; 0)$, $D(0,5 ; 1,5)$ et $E(3 ; 2,5)$

1. Placer les points sur la figure ci-dessous. On complétera la figure par la suite.



2. Les droites (AD) et (BE) sont-elles parallèles? Justifier.

.....
.....
.....
.....
.....

3. En utilisant les coordonnées du vecteur \vec{AB} , calculer les coordonnées du point F tel que $ABCF$ soit un parallélogramme.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. Déterminer les coordonnées du vecteur \vec{u} tel que $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \vec{AD}$.
-
.....
.....
.....

5. Le point G est défini par $\vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \vec{AD}$. Montrer que les coordonnées du point G sont $G(4 ; 2,5)$.
-
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

EXERCICE V

Pour accompagner la sortie d'un film, une entreprise fabrique des figurines à l'image du héros et souhaite déterminer le prix de vente d'une figurine, afin de dégager le bénéfice le plus important.

On sait que :

- Le coût de fabrication d'une figurine est 6 euros.
- Le prix de vente d'une figurine est compris entre 6 et 20€.
- Le bénéfice B en milliers d'euros, pour un prix de vente x en euros, est donné par la relation :

$$B(x) = -15x^2 + 390x - 1800$$

Cette relation est valable pour x dans l'intervalle $[6 ; 20]$.

1. Pourquoi l'entreprise a-t-elle déjà décidé que le prix de vente minimum d'une figurine doit être de 6 euros?
-

2. (a) Démontrer que pour tout $x \in [6 ; 20]$, $B(x) = -15(x - 13)^2 + 735$
-
.....

- (b) En déduire le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[6 ; 20]$.

- (c) Quel est le bénéfice maximal dégagé par l'entreprise? Pour quel prix de vente d'une figurine est-il atteint?
-

3. (a) Développer l'expression $(x - 16)(-15x + 150)$.
-
.....

- (b) En déduire que, pour tout $x \in [6 ; 20]$, $B(x) - 600 = (x - 16)(-15x + 150)$.
-
.....

- (c) Résoudre l'équation $B(x) = 600$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé.
-
.....
.....
.....
.....

4. On considère l'algorithme suivant :

```
B ← -15x2 + 390x - 1800
Si ...
Afficher « Rentable »
Sinon
afficher « non rentable »
fin si
```

- (a) Compléter cet algorithme.
(b) Qu'affiche cet algorithme pour $x = 15$?

.....
.....

EXERCICE VI

Pour mieux satisfaire ses clients, une agence de voyage leur a envoyé un questionnaire. Parmi les 500 réponses reçues :

- 55% des personnes déclarent partir en vacances en famille;
- Parmi les clients qui ne partent pas en famille, 60% préfèrent les voyages organisées et $\frac{1}{5}$ préfèrent les croisières.

1. Compléter le tableau suivant sans justifier :

	Voyage organisé	Club de vacances	Croisière	Total
En famille			65	
Seul ou entre amis				
Total		182		500

2. On choisit un client au hasard parmi les 500 qui ont répondu au questionnaire. On donne les événements suivants :

- A : « le client choisi part en famille ».
B : « le client choisi préfère les croisières ».
C : « le client choisi part en club de vacances ».

Calculer $P(A)$, $P(B)$ et $P(\bar{C})$.

.....
.....
.....

3. (a) Définir par une phrase les évènements $A \cap B$ et $A \cup B$.

.....
.....
.....

- (b) Calculer $P(A \cap B)$.

.....
.....
.....

4. On choisit au hasard une personne qui a déclaré partir en vacances en famille. Quelle est la probabilité p qu'elle préfère les clubs de vacances?

.....
.....