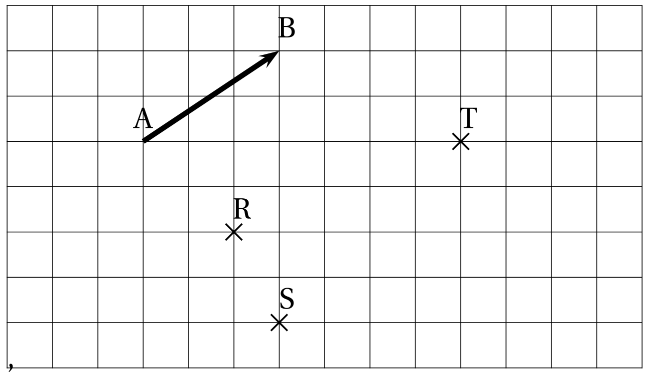
2nde : TD sur les vecteurs

I

À l'aide du quadrillage, construire l'image des points R, S et T par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



II

Considérons huit points D, O, R, E, M, I, F et A tels que les quadrilatères DORE, REMI et MIFA sont tous des parallélogrammes.

1. Faire une figure (attention, ce sont des parallélogrammes quelconques et respecter l'ordre des points !)
2. Montrer que $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{ER}$.
3. Compléter en expliquant :
   (a) $\overrightarrow{ER} = \cdots$
   (b) $\overrightarrow{MI} = \cdots$
4. Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\overrightarrow{DO}$ et $\overrightarrow{AF}$?
5. Démontrer alors que le quadrilatère DOFA est lui aussi un parallélogramme.

III

En utilisant la relation de Chasles, compléter les égalités suivantes ($\star$ représente le nom d'un point) :

a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{\star C}$

b) $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{F\star} + \overrightarrow{U\star}$

c) $\overrightarrow{OU} + \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{UR} = \overrightarrow{\star\star}$

d) $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{\star I} + \overrightarrow{I\star}$

e) $\overrightarrow{XY} = \overrightarrow{\star M} + \overrightarrow{\star N} + \overrightarrow{\star\star}$

IV

ABCD est un carré de centre O ; I, J, K et L sont les milieux des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].

Compléter, en utilisant uniquement des points de la figure :

- $\overrightarrow{LK} + \overrightarrow{OB}$
- $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$
- $\overrightarrow{OL} + \overrightarrow{OK}$
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AL}$
- $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{LI} + \overrightarrow{BK}$
- $\overrightarrow{DK} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{JO}$

V

ABC est un triangle **quelconque**, A' est le milieu de $[BC]$, B' celui de $[CA]$ et C' celui de $[BA]$.

1. Représenter la somme vectorielle
$$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$$
en partant de A.
A quoi semble être égale cette somme ?
2. Comment teprésenterait-on géométriquement la somme $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3. En déduire que $\overrightarrow{AA'} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$.
4. Écrire $\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CC'}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CB}$ (en prenant modèle sur la question 2.).
5. En déduire alors la valeur de la somme initiale.

VI L'intrus

Soit $ABCD$ un parallélogramme. M et N sont les milieux de $[AD]$ et $[BC]$. un intrus s'est glissé dans la liste suivante ; le débusquer.

$\star$ $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NA}$

$\star$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CM}$

$\star$ $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{AN}$

$\star$ $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{DA}$

$\star$ $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DN} + \overrightarrow{AD}$