Réunion et intersection d'intervalles

Table des matières

I Symboles d'inégalités

Rappel :

$<$ signifie « est strictement inférieur à »

$>$ signifie « est strictement inférieur à »

$\leqslant$ signifie « est inférieur **ou égal** à »

$\geqslant$ signifie « est inférieur **ou égal** à »

Exemples :

- $2 < 7$ est vrai
- $7 < 7$ est faux
- $2 \leqslant 7$ est vrai
- $7 \leqslant 7$ est vrai
- $5 \geqslant 5$ est vrai car $5 = 5$
- $7 > 2$ est vrai

II Intervalles

II.1 Intervalles fermés

Définition

Soient a et b deux réels.
L'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$ est un intervalle, noté $[a\,;\,b]$. a et b sont les bornes.

On le représente sur la droite réelle de la façon suivante :

Cet ensemble est un intervalle de $\mathbb{R}$. a et b sont ses bornes. Cet intervalle contient ses bornes. On dit qu'il est borné.

II.2 Intervalles semi-ouverts

Définition

Soient a et b deux réels.
L'ensemble des réels x tels que $a < x \leq b$ est un intervalle, noté $]a\,;\,b]$. a et b sont les bornes.

L'ensemble des réels x tels que $a \leqslant x < b$ est un intervalle, noté $[a\,;\,b[$. a et b sont les bornes.

II.3 Intervalles ouverts

Définition

Soient a et b deux réels.
L'ensemble des réels x tels que $a < x < b$ est un intervalle, noté $]a\,;\,b[$. a et b sont les bornes.

III Intervalles infinis

III.1 Intervalle illimité à droite

Définition

L'ensemble des réels x tels que $a < x$ est un intervalle, noté $]a\ ;\ +\infty[$.
L'ensemble des réels x tels que $a \leqslant x$ est un intervalle, noté $[a\ ;\ +\infty[$.

Remarque : Le symbole ∞ , qui se lit « infini » a été inventé par le mathématicien John Wallis (1616-1703). **Ce n'est pas un nombre réel**.

III.2 Intervalles illimités à droite

Définition

L'ensemble des réels x tels que $a < x$ est un intervalle, noté $]a\ ;\ +\infty[$.
L'ensemble des réels x tels que $a \leqslant x$ est un intervalle, noté $[a\ ;\ +\infty[$.

Définition

L'ensemble des réels x tels que $x < a$ est un intervalle, noté $]-\infty\ ;\ a[$.
L'ensemble des réels x tels que $x \leqslant a$ est un intervalle, noté $[-\infty\ ;\ +a]$.

Remarques :

- Le crochet est fermé, tourné vers l'intérieur, si l'on garde le nombre et ouvert, vers l'extérieur, so l'on rejette le nombre.
- ∞ n'est pas un nombre réel, donc le crochet du côté de l'infini est **toujours** tourné vers l'extérieur.

IV Réunion et intersection de deux intervalles

Définition

Soient Iet J deux intervalles.

1. L'ensemble des réels qui appartiennent à la fois à I et à J est appelé l'intersection de I et J. Cet ensemble est noté $I \cap J$.
2. L'ensemble des réels qui appartiennent à I ou à J est appelé la réunion de I et J. Cet ensemble est noté $I \cup J$.
   Ce n'est pas toujours un intervalle

Exemples :

$[4\,;\,5] \cap [2\,;\,3] = \emptyset$

$[2\,;\,5] \cap [2\,;\,3] = [2\,;\,3]$

$[4\,;\,7] \cap [6\,;\,8] = [6\,;\,7]$

$[4\,;\,7] \cup [6\,;\,8] = [4\,;\,8]$

V Exercices sur Internet

Des exercices sont disponibles sur le site Euler de l'académie de Versailles : voir ci-dessous :

1. Indiquer si la réunion de deux intervalles est un intervalle ou non et le préciser le cas échéant : cliquer ici
2. Caractériser un intervalle par des inégalités : cliquer ici
3. Écrire l'intervalle ensemble des solutions d'une inéquation ou d'un système d'inéquations du premier degré à une inconnue : cliquer ici
4. Détermination de la réunion et de l'intersection de deux intervalles : cliquer ici
5. Caractérisation d'un intervalle par des inégalités : cliquer ici
6. Écriture de l'intervalle ensemble des solutions d'une inéquation ou d'un système d'inéquations du premier degré à une inconnue : cliquer ici
7. Représentation graphique de la réunion et de l'intersection de deux intervalles : cliquer ici
8. Caractériser des inégalités par un intervalle ou une réunion d'intervalles : cliquer ici
9. Rechercher les intervalles dont l'intersection est un intervalle non vide : cliquer ici
10. Rechercher les intervalles dont la réunion est un intervalle : cliquer ici
11. Indiquer si un intervalle est inclus ou non dans un autre : cliquer ici