2$^{\text{nde}}$ correction sur le contrôle sur les probabilités (1 heure)

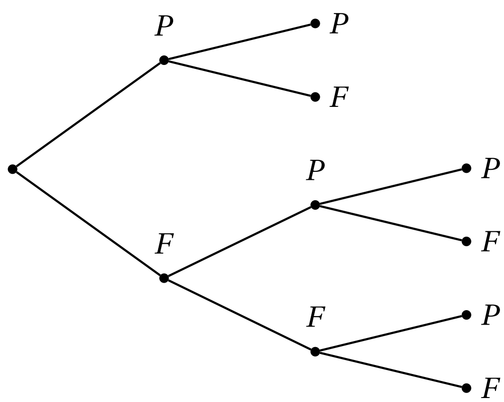
I (3 points)

Pour les deux questions suivantes, A et B sont des événements d'une expérience aléatoire.

1. On sait que $p(A) = 0,3$, $p(B) = 0,5$ et $p(A \cap B) = 0,1$.
   $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
   $= 0,3 + 0,5 - 0,1 = 0,7$ donc $\boxed{p(A \cup B) = 0,7}$.
2. On sait que $p(A) = 0,35$, $p(B) = 0,45$ et $p(A \cup B) = 0,7$.
   $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
   $\Leftrightarrow p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B)$
   $= 0,35 + 0,45 - 0,7 = 0,1$ donc $\boxed{p(A \cap B) = 0,1}$.

II (3 points)

On lance une pièce de monnaie.
Si on obtient Pile, on relance la pièce une fois, sinon, on la relance deux fois.
On note les résultats dans l'ordre obtenu.
Représentons la situation par un arbre :



L'ensemble des issues possibles est $\Omega = \{PP\ ;\ PF\ ;\ FPP\ ;\ FPF\ ;\ FFP\ ;\ FFF\}$; il y a donc six issues possibles.

III (3 points)

Dans un lycée, un tiers des élèves sont en seconde et 60 % sont des filles.
Les filles de seconde représentent un dixième des élèves du lycée.
On choisit un élève du lycée au hasard.

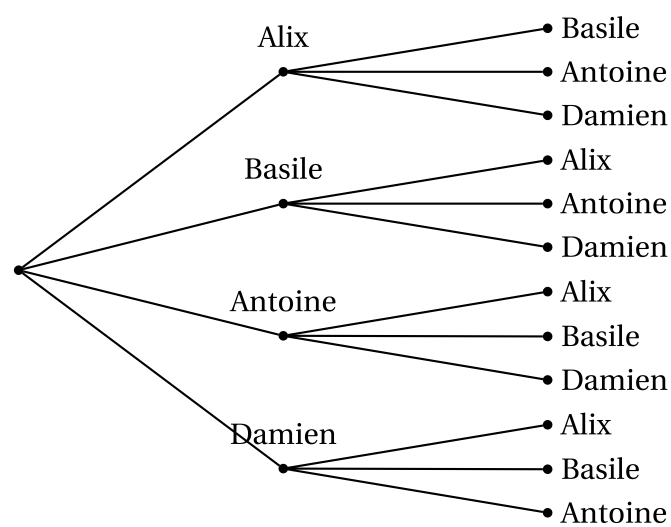
On note S l'événement « l'élève est en seconde » et F l'événement « l'élève est une fille »

1. Par lecture directe de l'énoncé, on a : $\boxed{p(S) = \dfrac{1}{3}}$; $\boxed{p(F) = 60\,\% = \dfrac{3}{5}}$ et $\boxed{p(S \cap F) = \dfrac{1}{10}}$.
2. La probabilité qu'il s'agisse d'une fille ou d'un élève de seconde est
   $p(S \cup F) = p(S) + p(F) - p(S \cap F) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{10}$
   $= \dfrac{10 + 18 - 3}{30} = \dfrac{25}{30} = \boxed{\dfrac{5}{6}}$.
   La probabilité qu'il s'agisse d'une fille ou d'un élève de seconde est $\dfrac{5}{6}$.

IV (5,5 points)

Alix, Basil, Antoine et Damien sont les quatre seuls élèves qui ne sont pas encore passés au tableau.
Le professeur a encore le temps de faire passer au tableau deux de ces élèves avant la fin de l'heure. Il les choisit au hasard.

1. Représentons à l'aide d'un arbre tous les couples possibles d'élèves que le professeur peut envoyer au tableau.



2. On constate qu'il y a douze couples possibles
3. La probabilité que Basil et Antoine passent au tableau dans cet ordre est $\dfrac{1}{12}$.
4. La probabilité que Basil et Antoine passent au tableau est alors $\dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$ puisqu'il y a les deux couples (Basil ; Antoine) et (Antoine ; Basil)
5. On regarde les couples contenant Damien ; il y en six (les trois avec Damien en premier et les trois contenant Damien en second). On en déduit que la probabilité que Damien passe au tableau est $\dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$

V (5,5 points)

Une compagnie aérienne a constaté qu'elle vend 30 % de ses billets en classe affaire, le reste en classe économique.
60 % des passagers en classe affaire et 20 % des passagers en classe économique commandent un repas à bord.

1. Un avion s'apprête à décoller avec 250 passagers à bord.

   (a) La compagnie vend 30 % de ses billets en classe affaire ; $\dfrac{30 \times 250}{100} = 75$; 75 personnes voyagent en classe affaire.

   60 % des passagers en classe affaire commandent un repas ; cela concerne donc $\dfrac{60 \times 75}{100} = 45$.

   Il y a bien 45 passagers qui sont en classe affaire et prennent un repas.

   (b) Le nombre de passagers en classe économique est $250 - 75 = 175$; 20 % de ces 175 passagers precommandent un repas ; ils sont donc 35.

   (c) Reproduire et compléter le tableau suivant des effectifs de passagers :

	Commandent un repas	Ne commandent aucun repas	Total
Classe affaire	45	30	75
Classe économique	35	140	175
Total	80	170	250

2. Une hôtesse interroge un passager à la montée dans l'avion.

   (a) La probabilité qu'il soit en classe affaire et ne commande pas de repas est $\dfrac{30}{250} = \boxed{\dfrac{3}{25}}$

   (b) La probabilité qu'il soit en classe économique et ne commande pas de repas est $\dfrac{140}{250} = \boxed{\dfrac{14}{25}}$.

   (c) La probabilité qu'il commande un repas est $\dfrac{80}{250} = \boxed{\dfrac{8}{25}}$