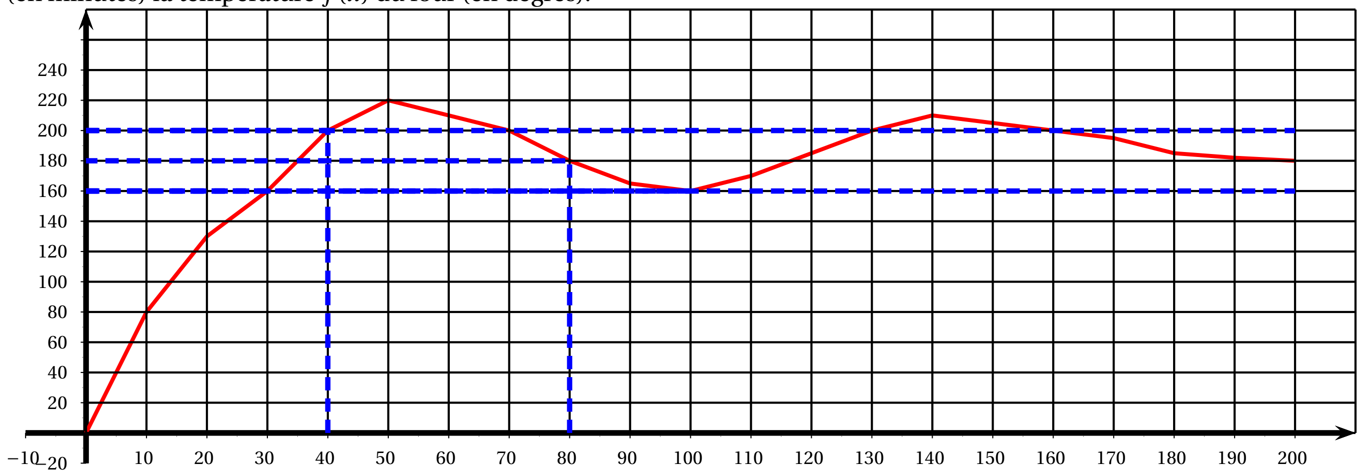
# Contrôle commun n° 1 de seconde

## I

Marie doute du bon fonctionnement de son four. Elle règle son four sur 200 degrés. D'après la notice, le four doit atteindre la température de 200 degrés en 30 minutes puis maintenir la température constante.

Marie effectue des relevés de températures toutes les 10 minutes et obtient la courbe suivante qui donne en fonction du temps $x$ (en minutes) la température $f(x)$ du four (en degrés).




En utilisant le graphique ci-dessus, répondre sur cette feuille aux questions suivantes :

1. Le domaine de définition de la fonction $f$ est $\boxed{\mathscr{D} = [0\ ;\ 200]}$.
2. La température du four au bout de 80 minutes est de **180 °**.
3. L'image de 40 par $f$ est $\boxed{f(40) = 200}$.
4. Le four atteint 160 degrés à l'instant **30** minutes et à l'instant **100** minutes.
5. Les solutions de l'inéquation $f(x) < 200$ sont les abscisses des points de la courbe dont l'ordonnées est strictement inférieure 200 : l'ensemble des solutions est $\boxed{\mathscr{S} = [0\ ;\ 40[\cup]70\ ;\ 130[\cup]160\ ;\ 200[}$.
6. Le maximum de la fonction $f$ sur son ensemble de définition est $\boxed{220}$ degrés. Il est atteint à l'instant $\boxed{50}$ minutes.
7. Tableau de variation de $f$ :

| $x$ | 0 | 50 | 100 | 140 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 ↗ | 220 ↘ | 160 ↗ | 210 ↘ | 180 |

8. Le four de Marie ne fonctionne pas correctement puisqu'il n'atteint 200 degrés qu'en 40 minutes et non 30 et la température ensuite n'est pas constante.

## II

Les questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 8$.
   (a) L'image de 5 par $f$ est $f(5) = -3 \times 5 + 8 = -15 + 8 = -7$ ; $\boxed{f(5) = -7}$.
   (b) Un antécédent $x$ de 10 par $f$ est solution de l'équation $f(x) = 10$.
   $f(x) = 10$ s'écrit $-3x + 8 = 10$ donc $-3x = 10 - 8 = 2$ d'où $x = \dfrac{2}{-3} = -\dfrac{2}{3}$.
   10 a pour antécédent par $f$ le nombre $\boxed{-\dfrac{2}{3}}$.

(c) **Tableau de signes et tableau de variations de la fonction**.

**Tableau de variation**

Le coefficient directeur de $f$ est -3, négatif, donc la fonction affine $f$ est décroissante.

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $\searrow$ | |

**Tableau de signe** :

$f(x)=-3x+8=ax+b$ avec $\begin{cases} a=-3 \\ b=8 \end{cases}$.

$f(x)$ s'annule pour $x=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{8}{-3}=\dfrac{8}{3}$.

Comme $f$ est décroissante, $f(x)$ prend d'abord des valeurs positives puis négatives.

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{8}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

2. Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=3x^2-5$.
   (a) L'image de -2 par $g$ est $g(-2)=3\times(-2)^2-5=3\times 4-5=12-5=7$ : $\boxed{g(2)=7}$
   (b) Antécédents éventuels de 43 par $g$ :

   On résout l'équation $g(x)=43$ c'est-à-dire $3x^2-5=43$ qui donne $3x^2=48$ d'où $x^2=\dfrac{48}{3}=16$.

   $x^2=16$ a deux solutions, -4 et 4.

   43 a donc pour antécédents par $g$ les nombres $\boxed{\text{-4 et 4}}$.
3. $h$ est une fonction affine, donc il existe deux nombres $a$ et $b$ tels que $h(x)=ax+b$.
   On sait que $h(2)=7$ et $h(5)=22$.
   Le coefficient directeur $a$ vaut $a=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{h(5)-h(2)}{5-2}=\dfrac{22-7}{3}=\dfrac{15}{3}=\boxed{5}$.
   Alors : $\boxed{h(x)=5x+b}$.
   $h(2)=7$ donne $5\times 2+b=7$ d'où $10+b=7$, donc $b=7-10=-3$.
   L'expression de $h(x)$ est $\boxed{h(x)=5x-3}$.

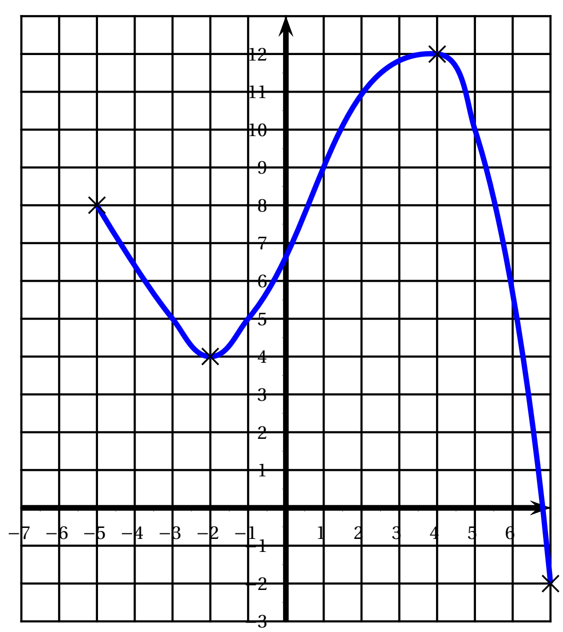
## III

Soit $f$ une fonction dont le tableau de variations est le suivant :

| $x$ | $-5$ | | $-2$ | | $4$ | | $7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $8$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $12$ | $\searrow$ | $-2$ |

1. L'ensemble de définition de $f$ est $\boxed{\mathscr{D}=[-5\,;\,7]}$.
2. L'image de 4 par $f$ est $\boxed{f(4)=12}$
3. Un antécédent de -2 par $f$ est $\boxed{7}$ car $f(7)=-2$.
4. 0 et 5 appartiennent à l'intervalle [-2; 7] sur lequel $f$ n'est pas monotone. On ne peut pas comparer ces deux nombres, car on ne peut pas savoir lequel est le plus grand.
5. -4 et -3 appartiennent à l'intervalle [-5; -2] sur lequel $f$ est décroissante, donc renverse l'ordre.
   Comme $-4<-3$, on en déduit que $\boxed{f(-4)>f(-3)}$.
6. Le maximum de $f$ est $\boxed{12}$, atteint pour $\boxed{x=4}$.
7. 9 est entre 4 et 12 donc 9 a un antécédent dans l'intervalle [-2; 4].
   9 est entre -2 et 12 donc 9 a un antécédent dans l'intervalle [4; 7]

   9 a donc deux antécédents, l'un dans l'intervalle $[-2\,;\,4]$ et l'éutre dans l'intervalle $[4\,;\,7]$.
8. 



## IV

Dans tout l'exercice, les tailles sont exprimées en centimètres.

L'équipe de soins de la maternité « Beaux jours » a relevé la taille des nouveaux-nés sur la totalité du mois de septembre 2015. Il y a eu en tout 57 naissances durant ce mois.

Les 57 tailles sont données dans le tableau ci-dessous :

| Taille (en cm) | 46 | 47,5 | 48 | 48,5 | 49 | 49,5 | 50 | 50,5 | 51 | 51,5 | 52 | 52,5 | 53 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 1 | 2 | 3 | 5 | 5 | 7 | 9 | 8 | 7 | 5 | 2 | 2 | 1 |
| Effectifs cumulés croissants | 1 | 3 | 6 | 11 | 16 | 23 | 32 | 40 | 47 | 52 | 54 | 56 | 57 |

1. Effectifs cumulés (voir tableau ci-dessus)
2. La taille moyenne des nouveaux-nés est :
   $\overline{x} = \dfrac{(46 \times 1) + \cdots + (53 \times 1)}{57} = \dfrac{2849,5}{57} \approx 49,99$ ; $\boxed{\overline{x} \approx 49,99}$
3. L'étendue de cette série est $53 - 46 = 7$ ; $\boxed{e = 7}$
4. L'effectif total est $N = 57$, nombre impair ; $57 = 2 \times 28 + 1$ donc la médiane est la valeur de rang 29, c'est-à-dire 50 : $\boxed{\text{Me} = 50}$
5. Quartiles :
   - $\dfrac{N}{4} = \dfrac{57}{4} = 14,25$ donc le premier quartile est $Q_1 = x_{15}$ (quinzième valeur) : $\boxed{Q_1 = 49}$.
   - $\dfrac{3N}{4} = 42,75$ donc le troisième quartile est $Q_3 = x_{43}$ (quarante-troisième valeur) : $\boxed{Q_3 = 51}$.

   **Résumé** :

   | Moyenne | Etendue | Médiane | Premier quartile | Troisième quartile |
   |---|---|---|---|---|
   | 49,99 | 7 | 50 | 49 | 51 |

6. A la maternité « Bon accueil », l y a eu 64 naissances durant ce même mois de septembre 2015.
   La même étude statistique portant sur la taille des nouveaux-nés a été résumée dans le tableau suivant :

   | Moyenne | Etendue | Médiane | Premier quartile | Troisième quartile |
   |---|---|---|---|---|
   | 49,3 | 7 | 49 | 48 | 50,5 |

Dans la deuxième maternité, on voit que la moyenne des tailles des bébés est plus faible, ce qui montre qu'il y a davantage de nouveaux-nés de petite taille.

De même, dans cette deuxième maternité, la médiane est de 49, donc 50 % des bébés ont une taille inférieure ou égale à 49 cm (50 cm dans la première maternité).

Le premier quartile et le troisième quartile sont également plus faibles dans la seconde maternité.

On en déduit que c'est la seconde maternité qui possède un service pour les naissances prématurées.

## V

Zoé joue aux fléchettes. La cible est placée dans le repère orthonormé (O ; I ; J) (ci-contre).

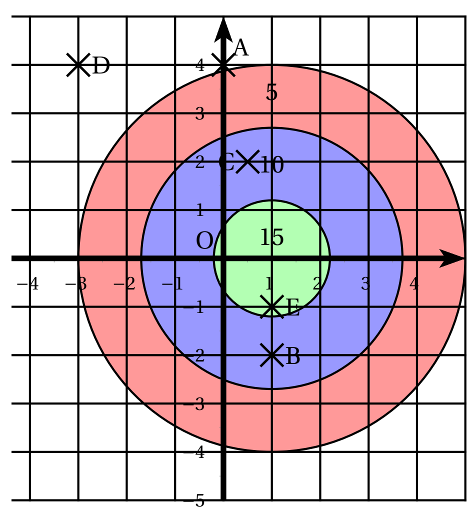
Cinq fléchettes sont repérées par les points :

A(0 ; 4) , B(1 ; -2), C$\left(\dfrac{1}{2} ; 2\right)$, D(-3 ; 4) et E(1 ; -1).

Le nombre de points correspondant à chaque zone colorée est indiqué sur la cible.

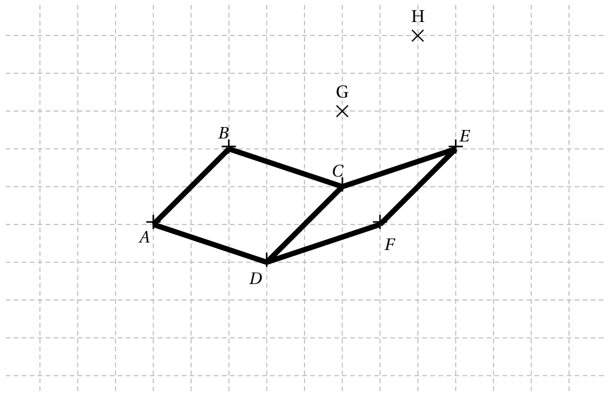
- A n'est dans aucune cible, donc rapporte 0 point.
- B rapporte 10 points.
- C rapporte 10 points.
- D n'est dans aucune cible donc rapporte 0 point.
- E est dans la cible centrale donc rapporte 15 points.

**Zoé marque 35 points** $(10 + 10 + 15)$.



## VI

On considère les points A, B, C, D, E et F placés sur la figure ci-dessous.




1. (a) G est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CE}$ donc $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{CE}$

   (b) H est tel que E est l'image de H par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$ donc $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{BD}$.

2. Simplifier les deux expressions suivantes :

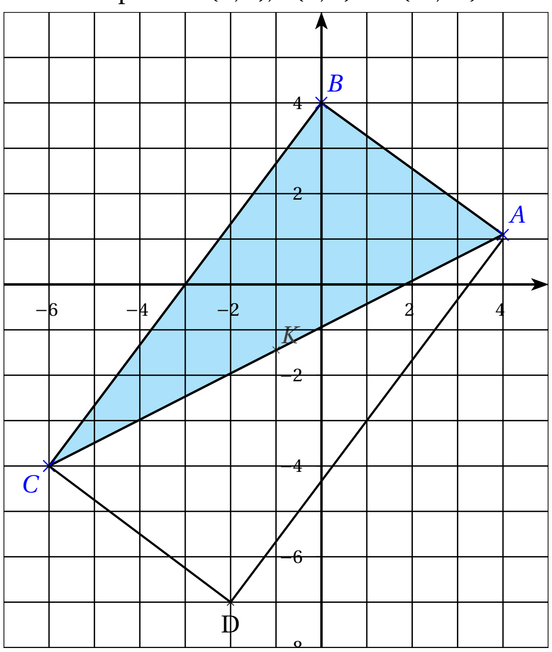
   (a) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF} = \boxed{\overrightarrow{CF}}$ d'après la relation de Chasles.

   (b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} = \boxed{\overrightarrow{AE}}$ car $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ puis on utilise la relation de Chasles.

3. On considère un point $I$ tel que $\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{0}$.
   On en déduit que $\overrightarrow{ID} = -\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{CI}$ donc $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{ID}$.
   Les vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{ID}$ sont colinéaires. Les points C, I et D sont alignés et I est le milieu de [CD].

## VII

On considère les points A(4; 1), B(0; 4) et C(-6; -4)




1. Calcul des longueurs AB, AC et BC :

- $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$ donc $AB = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ : $\boxed{AB = 5}$.
- $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-6\\-8\end{pmatrix}$ donc $BC = \sqrt{(-6)^2 + -82^2} = \sqrt{100} = 10$ : $\boxed{BC = 10}$.
- $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-10\\-5\end{pmatrix}$ donc $AC = \sqrt{(-10)^2 + (-5)^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ : $\boxed{AC = 5 = \sqrt{25} = \sqrt{5}}$.

$AC^2 = 125$ ; $AB^2 + BC^2 = 25 + 100 = 125$ donc $AB^2 + BC^2 = 25 + 100 = 125$ donc $\boxed{AB^2 + BC^2 = AC^2}$.
D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle $ABC$ est **rectangle** en B.

2. (a) $K$ est le milieu de $[AC]$, donc $x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2}\dfrac{4 + (-6)}{2} = -1$ et $y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2}\dfrac{1 + (-4)}{2} = -1 = -\dfrac{3}{2}$.
   $K$ a pour coordonnées $\boxed{K\left(-1\,;\,-\dfrac{3}{2}\right)}$.

   (b) $D$ est le symétrique de $B$ par rapport à $K$ donc $K$ est le milieu de $[BD]$.
   Alors : $x_K = \dfrac{x_B + x_D}{2}$ d'où $2x_K = x_B + x_D$ qui donne $x_D = 2x_K - x_B = -2 - 0 = -2$.
   De même : $y_D = 2y_K - y_B = -3 - 4 = -7$.
   $D$ a donc pour coordonnées : $\boxed{D(-2\,;\,-7)}$.

   (c) Par construction, $K$ est le milieu des diagonales $[AC]$ et $[BD]$ donc $ABCD$ est un parallélogramme. Comme le triangle $ABC$ est rectangle en $B$, le parallélogramme $ABCD$ a un angle droit, donc c'est un **rectangle**.