2$^{\text{nde}}$: correction du contrôle

Remarque : les deux premiers exercices ont été faits en classe; j'ai simplement décalé les abscisses et ordonnées d'une unité!

I

Une fonction f définie sur [-4; 8] admet le tableau de variation ci-dessous :

x	-4		-2		2		3		8
$f(x)$	2	↗	5	↘	-1	↗	1	↘	-3

1. Si x varie de 2 à 3, $f(x)$ varie sur [-1; 1].
2. Erreur dans la question; x devait varier entre -2 et 2 et non 0.
3. (a) -3 et -3,5 appartiennent à l'intervalle [-4; -2], intervalle sur lequel f est croissante. f conserve l'ordre donc, comme $-3 > -3,5$, $\boxed{f(-3) > f(-3,5)}$.

   (b) 4 et 6 appartiennent à l'intervalle [3; 8], intervalle sur lequel f est décroissante. f renverse l'ordre donc, comme $4 < 6$, $\boxed{f(4) > f(6)}$.

   (c) $\dfrac{\sqrt{5}}{2} \approx 1,118$ donc $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ et 0,5 appartiennent à [-2; 2], intervalle sur lequel f est décroissante; f renverse l'ordre.

   $\dfrac{\sqrt{5}}{2} > 0,5$ donc $\boxed{f(0,5) < f\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)}$

   (d) 2 a deux antécédents (un égal -4 et l'autre dans l'intervalle [-2; 2]).

   (e) question supprimée

   (f) -1,5 a un seul antécédent, dans l'intervalle [3 ; 8].

   (g) 6 n'a pas d'antécédent, puisque le maximum de f est 5

II

Soit le tableau d'une variation d'une fonction f définie sur $[-2\,;\,2]$.

x	-2		-1		0		2
$f(x)$	-1	↗	2	↘	-6	↗	0

1. $\boxed{f(-2) = -1}$; $\boxed{f(-1) = 2}$; $\boxed{f(0) = -6}$ et $\boxed{f(2) = 0}$.
2. Le maximum de f sur $[-2\,;\,2]$ est 2.
   Il est atteint pour $x = -1$.
3. Le minimum de f sur $[-2\,;\,2]$ est -6, atteint pour $x = 0$
4. Pour $x \in [-1\,;\,0]$, encadrer $f(x)$, $\boxed{-6 \leqslant f(x) \leqslant 2}$.
5. Sur $[-2\,;\,2]$, $\boxed{-6 \leqslant f(x) \leqslant 2}$
6. D'après le tableau :
   - $\boxed{-1 \leqslant f(-1,5) \leqslant 2}$
   - $\boxed{-6 \leqslant f(-0,5) \leqslant 2}$
   - $\boxed{-6 \leqslant f(1) \leqslant 0}$

III

Voici le tableau de variation d'une fonction f :

x	-5		-1		2		4
$f(x)$	0	↗	1	↘	-1	↗	2

1. f est définie sur l'intervalle [-5; 4].
2. L'image de -5 est $f(-5) = 0$.
   L'image de 2 est $f(2) = -1$.
3. (a) 1 a deux antécédents : -1 et l'autre entre 2 et 4.

(b) 3 n'a pas d'antécédent puisque le maximum de f est 2.

(c) L'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ a trois solutions, une entre -5 et -1, une entre -1 et 2 et l'autre entre 2 et 4.

4. (a) -4 et -2 appartiennent à l'intervalle [-5 ; -1], intervalle sur lequel f est croissante.
   f conserve l'ordre ;
   $-4 < -2$ donc $\boxed{f(4) < f(-2)}$.

   (b) Sur l'intervalle [-2; 1], f n'est pas monotone, donc on ne peut pas comparer $f(-2)$ et $f(1)$.

IV

1. On sait que :
   - f est définie sur $[-3 ; 5]$
   - f est croissante sur sur $[-3 ; -1]$, décroissante sur $[-1 ; 1]$ et croissante sur $[1 ; 5]$.
   - l'image de -1 est 2
   - le minimum de f sur $[-3 ; 5]$ est -3
   - le maximum de f sur $[-3 ; 5]$ est 4
   - $f(-3) = -1$

   Voilà le tableau de variation de f :

x	-3		-1		1		5
$f(x)$	-1	↗	2	↘	-3	↗	4

2. Courbe possible :