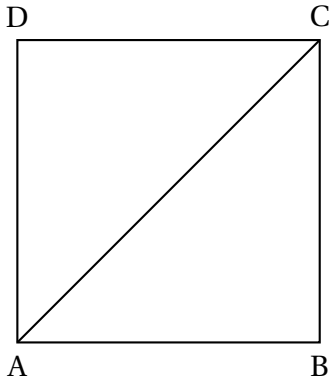


## 2<sup>de</sup> : correction de la feuille d'AP n° 1

### I

ABCD est un carré dont les côtés mesurent 4 cm.

On commence par faire une figure!



Comme ABCD est un carré, le triangle ABC est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32.$$

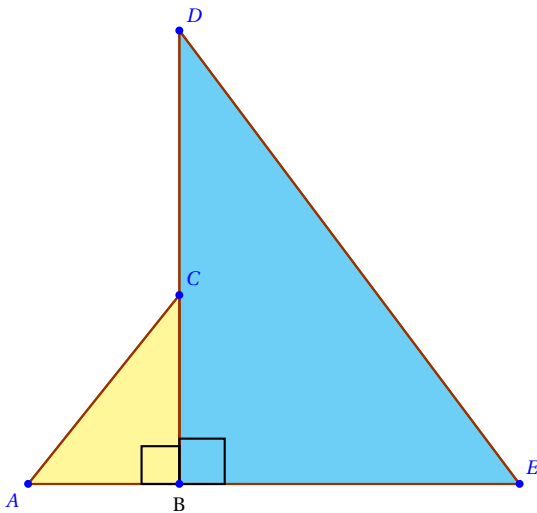
Comme AC est une longueur, AC est positif donc

$$AC = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{4^2 \times 2} = \boxed{4\sqrt{2}}.$$

**Remarque** : dans un carré dont un côté mesure  $a$ , la diagonale mesure  $\boxed{d = a\sqrt{2}}$ .

### II

On donne la figure suivante :



On sait que AC = 5 cm, BC = 3 cm, BD = 12 cm, et DE = 15

- Le triangle ABC est rectangle en B, donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $AC^2 = AB^2 + BC^2$  donc  $5^2 = AB^2 + 3^2$  d'où  $AB^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$  donc  $AB = \sqrt{16} = \boxed{4}$ .
- Le triangle BED est rectangle en B, donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $ED^2 = BE^2 + BD^2$  donc  $15^2 = BE^2 + 12^2$  d'où  $BE^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$  donc  $BE = \sqrt{81} = \boxed{9}$ .
- Les droites (AB) et (BE) sont perpendiculaires à la même droite donc elles sont parallèles. Comme elles ont un point commun, elles sont confondues, donc les points A, B et E sont alignés.

On en déduit que  $AE = AB + BE = 4 + 9 = 13$  :

$$\boxed{AE = 13}$$

### III

Tracer un cercle  $\mathcal{C}$  dont un diamètre [AB] mesure 12 cm. Sur ce cercle, placer un point C, tel que AC = 8 cm. (voir à la fin de l'exercice)

- ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [AB], donc ABC est rectangle en C.
- Puisque ABC est rectangle en C, on applique le théorème de Pythagore :  $AB^2 = AC^2 + BC^2$  donc  $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 12^2 - 8^2 = 144 - 64 = 80$ .

Comme  $BC \geq 0$ , on a  $BC = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{4^2 \times 5} = \boxed{4\sqrt{5}}$

- Voir figure

BCD est aussi rectangle en C. D'après le théorème de Pythagore, on a :  $BD^2 = BC^2 + CD^2 = 80 + 10^2 = 180$ .

On en déduit que  $BD = \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = \sqrt{6^2 \times 5} = \boxed{6\sqrt{5}}$

- Les côtés du triangle ABD mesurent :  $AB = 12$ ,  $BD = 6\sqrt{5}$  et  $AD = 8 + 10 = 18$ .

- Le plus grand côté est [BD]

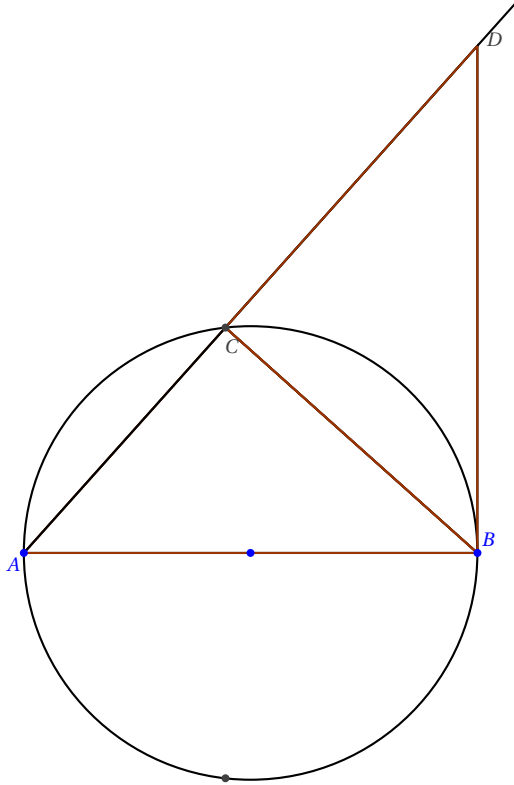
$$BD^2 = 18^2 = \boxed{324}.$$

$$AB^2 + BD^2 = 12^2 + 180 = 144 + 180 = \boxed{324}.$$

On constate que  $BD^2 = AB^2 + AD^2$ .

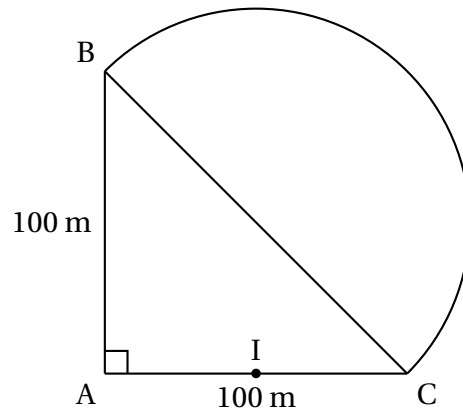
D'après la **réci-proque du théorème de Pythagore**, le triangle ABD est **rectangle** en B.

6. (BD) est perpendiculaire en B au diamètre [AD] du cercle, donc (BD) est tangente au cercle en B.



#### IV Brevet : Antilles-Guyane septembre 2001

Monsieur Dupont possède une propriété ayant la forme du schéma suivant :



Le côté [AB] du triangle isocèle ABC mesure 100 m, et le demi-cercle a pour diamètre [BC].

1.  $BC = 100\sqrt{2}$  (diagonale d'un carré de côté 100). (voir I)
2. Le terrain est constitué d'un triangle rectangle isocèle et d'un demi-disque.

L'aire du triangle isocèle est :

$$\mathcal{A}_1 = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{100^2}{2} = \frac{10\,000}{2} = 5\,000 \text{ m}^2.$$

Le disque a pour diamètre  $100\sqrt{2}$ , donc pour rayon  $50\sqrt{2}$ .

L'aire du demi-disque est :

$$\mathcal{A}_2 = \frac{\pi \times (50\sqrt{2})^2}{2} = \frac{\pi \times 2\,500 \times 2}{2} = 2\,500\pi \text{ m}^2.$$

L'aire du terrain P est :

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = \boxed{5\,000 + 2\,500\pi \text{ m}^2}.$$

3. Le périmètre du terrain est  $\mathcal{P} = CA + CB + \pi r$  où  $r$  est le rayon du cercle, donc  $r = 50\sqrt{2}$ .

$$\mathcal{P} = 200 + \pi \times 50\sqrt{2} = 200 + 50\sqrt{2}\pi \text{ m}.$$

4. ABI est rectangle en A;  $\tan \widehat{ABI} = \frac{AI}{AB} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ . On en déduit  $\widehat{ABI} \approx 26,57^\circ$ .