

NOM (en **caractères majuscules d'imprimerie**) :

PRÉNOM :

CLASSE : 2<sup>nde</sup> n° ...

<h2>Devoir commun de mathématiques n° 1</h2> <h3>2<sup>nde</sup></h3>
---

Durée : 2 heures

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre voulu.

L'usage de la calculatrice est autorisé, mais le prêt de calculatrice est interdit.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation de la copie. Tout résultat devra être soigneusement justifié.

**Les élèves d'UPE2A sont autorisés à utiliser un dictionnaire.**

**Partie réservée à la correction :**

**Partie réservée à la correction : (barème sur 40 points)**

Exercice 1 sur 6,5 points :

Exercice 2 sur 5 points :

Exercice 3 sur 6 points :

Exercice 4 sur 4,5 points :

Exercice 5 sur 6 points :

Exercice 6 sur 7 points :

Exercice 7 sur 5 points :

### Exercice 1 :

Dans tout l'exercice, on se place dans un repère  $(O ; I ; J)$  du plan. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. **Justifier chacune de vos réponses à l'aide de calculs. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.**

1. Soit  $A(-1;4)$  et  $B(-3;2)$  deux points du plan. **Affirmation :** Le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  a pour coordonnées  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

.....

2. On donne les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{3}-1 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3}+1 \end{pmatrix}$ . **Affirmation :** Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires.

.....

.....

3. Soit  $A(2 ; 3)$ ,  $B(1 ; 4)$  et  $M(-3 ; 8)$  trois points du plan. **Affirmation :** Les points  $M$ ,  $A$  et  $B$  sont alignés.

.....

.....

.....

4. On considère les points  $A(-2 ; -2)$ ,  $B(2 ; 4)$ ,  $C(10 ; 2)$  et  $D(6 ; 4)$ . **Affirmation :** Le quadrilatère  $ABCD$  est un parallélogramme.

.....

.....

### Exercice 2 :

1. Factoriser au maximum l'expression  $(2x - 3)(8x + 1) - (7x + 4)(2x - 3)$ .

.....

.....

.....

2. (a) Dresser ci-dessous le tableau de signe de  $(5x + 8)(6 - 7x)$ .

- (b) Factoriser  $(x - 7)^2 - (6x + 1)^2$ .

.....

.....

.....

- (c) En utilisant les questions 2.a) et 2.b), en déduire l'ensemble des solutions de  $(x - 7)^2 \leq (6x + 1)^2$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### Exercice 3 :

Un quotidien d'information s'est intéressé aux tranches d'âge de ses abonnés. Ce quotidien est disponible en ligne ou en version papier. On a obtenu les résultats suivants :

	Moins de 20 ans	Entre 20 et 40 ans	Plus de 40 ans
Version papier	183	318	162
Version en ligne	96	175	66

1. Au total, combien d'abonnements ont été souscrits à ce journal? .....
2. On choisit au hasard l'un des abonnements souscrits. On considère les événements suivants :
  - L : « L'abonnement souscrit est un abonnement en ligne ».
  - A : « L'abonnement a été souscrit par une personne de plus de 40 ans ».
  - B : « L'abonnement a été souscrit par une personne de moins de 20 ans ».
  - (a) Calculer la probabilité de l'évènement L. ....
  - (b) Décrire par une phrase l'évènement  $L \cap A$  puis calculer sa probabilité.  
.....  
.....
  - (c) Décrire par une phrase l'évènement  $L \cup B$  puis calculer sa probabilité.  
.....  
.....
3. On choisit au hasard un abonnement papier. Quelle est la probabilité que l'abonnement ait été souscrit par une personne âgée entre 20 et 40 ans.  
.....

### Exercice 4 :

Une urne contient deux boules vertes numérotées 1 et 2, que l'on note  $V_1$  et  $V_2$ , et deux boules rouges numérotées 1 et 2, que l'on note  $R_1$  et  $R_2$ . Les boules sont indiscernables au toucher.

On tire une boule de l'urne puis, **sans la remettre**, on en tire une deuxième.

Une issue est donc un couple que l'on notera  $(V_1; R_1)$ , par exemple.

1. Représenter ci-dessous la situation à l'aide d'un arbre de dénombrement et en déduire le nombre total d'issues.

2. Calculer la probabilité des évènements suivants :

(a) La boule  $V_1$  a été tirée.

.....

(b) Lors du tirage, le numéro 2 apparaît exactement une fois.

.....

(c) Les des boules tirées sont de couleurs différentes.

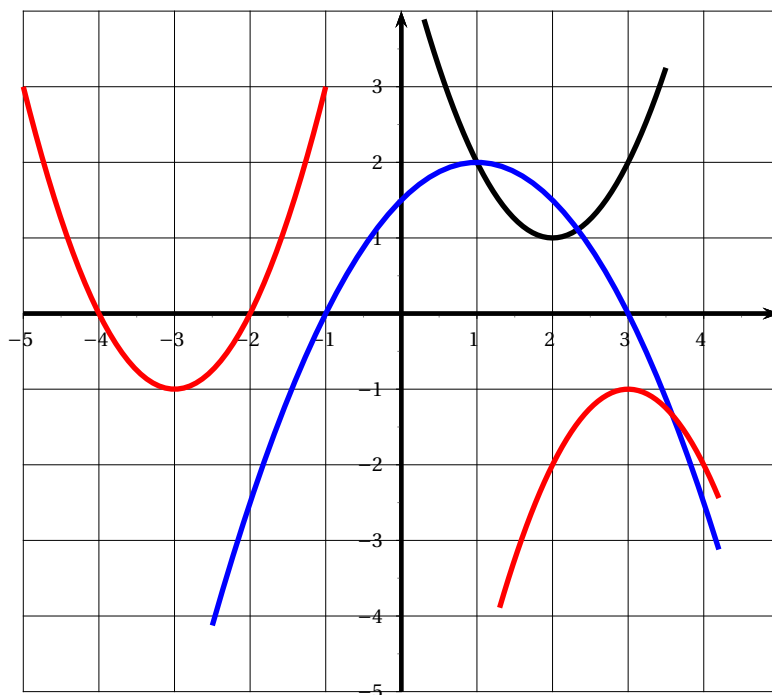
.....

**Exercice 5**

On considère les quatre fonctions définies par :

$f_1(x) = (x - 2)^2 + 1$ ,  $f_2(x) = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 + 2$ ,  $f_3(x) = (x + 3)^2 - 1$  et  $f_4(x) = -(x - 3)^2 - 1$ .

On a tracé ci-dessous les quatre courbes représentatives.



Associer chaque fonction à sa courbe représentative dans le repère ci-dessous (indiquer sur le graphique ci-dessus  $\mathcal{C}_1$  pour la courbe représentative de  $f_1$ ,  $\mathcal{C}_2$  pour celle de  $f_2$ ,  $\mathcal{C}_3$  pour celle de  $f_3$  et  $\mathcal{C}_4$  pour celle de  $f_4$ ).

**Justifier soigneusement les réponses.**

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

### Exercice 6 :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ . On a obtenu l'écran suivant à l'aide d'un logiciel de calcul formel :

1	Factoriser $x^2 - 2x - 3$ $\rightarrow (x - 3)(x - 1)$
2	Forme Canonique $x^2 - 2x - 3$ $\rightarrow (x - 1)^2 - 4$

1. Démontrer par le calcul que la forme factorisée de  $f(x)$  est  $(x - 3)(x + 1)$ .

.....  
.....

2. Démontrer par le calcul que la forme canonique de  $f(x)$  est  $(x - 1)^2 - 4$ .

.....  
.....  
.....

3. En utilisant la forme la plus adaptée de  $f(x)$ , répondre aux questions suivantes :

(a) Calculer les images de 0, de  $-1$  et de 1 par  $f$ .

.....  
.....  
.....

(b) Résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .

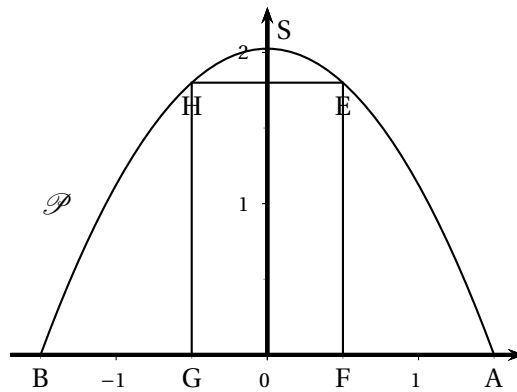
.....  
.....  
.....

(c) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## Exercice 7

John veut construire une serre dans son jardin. Le contour de la façade est assimilé à la parabole  $\mathcal{P}$  représentée dans le repère orthonormé ci-dessous (unité : 1m) :



Le rectangle  $EFGH$  représente la porte.  $OS = 2,025$  m et  $OA = OB = 1,5$  m.

1. Établir que la parabole  $\mathcal{P}$  est la courbe représentative de la fonction  $f$  définie sur  $[-1,5 ; 1,5]$  par :

$$f(x) = -0,9x^2 + 2,025.$$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. John aimerait que la porte mesure 1,5m de large pour pouvoir passer facilement avec sa brouette. Quelle sera alors la hauteur, en m, de la porte? Arrondir au centimètre près.

.....  
.....  
.....

3. Il se rend compte qu'il ne pourra pas passer sans se baisser. Il choisit une hauteur de porte de 1,80m. John pourra-t-il passer avec sa brouette?

.....  
.....  
.....