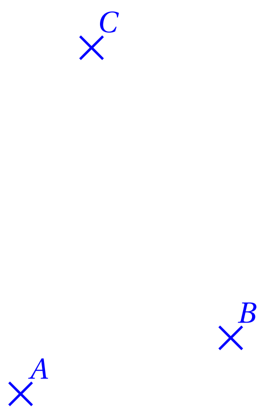
2$^{\text{nde}}$: contrôle sur les vecteurs

I

1. Dans la figure ci-dessous, construire le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme (on laissera les marques de construction).



2. E est le symétrique de A par rapport à B.
   (a) Construire le point E.
   (b) Donner deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$.
   (c) En déduire la nature du quadrilatère $BECD$.

II

Dans un repère (O; I; J), on considère les points A(1 ; 4), B(5; -3) et C(2 ; 5).
Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

III

À l'aide de la relation de Chasles, simplifier les expressions suivantes :

1. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$
2. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}-\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BA}\right)$

IV

Dans un repère orthonormée, on donne les points : A(-2 ; 4), B(3 ; 3) C(-1 ; 0), D(4 ; -1).

1. Démontrer que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.
2. Le quadrilatère ABDC est-il aussi un losange ?

V

1. On considère les points A(-2; -1), B(5; 3) et C(7 ; 4).
   Les point A, B et C sont-ils alignés ?
2. On considère les points A(-3 ; 2), B(1 ; 4), C(-1 ; -3) et D(-3; -4)
   Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

VI

On donne les points A(3; -1), B(7; 5) et C(-3; 3) dans un repère orthonormé (O ; I; J).

1. Calculer les longueurs AB, AC et BC.
2. Quelle est la nature du triangle ABC (Justifier !)

VII

ABC est un triangle quelconque.

1. 1) Placer les points M et N tels que : $\overrightarrow{AM}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CN}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{CA}$.
2. (a) Exprimer $\overrightarrow{AN}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$
   (b) Exprimer $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$. (utiliser la relation de Chasles)
   Quelle propriété géométrique retrouve t-on ?