

2^{nde} : Feuille d'exercices (semaine du 9 octobre)

I

1. Écrire la décomposition de 48 en produit de facteurs premiers.
2. En déduire la décomposition de 144 et de 480 en produit de facteurs premiers.
3. Trouver le plus petit entier naturel non nul n tel que $48n$ soit un carré.

II

1. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres 432 et 750.
2. En déduire le PGCD de 432 et de 750, puis rendre irréductible la fraction $\frac{750}{432}$.
3. Calculer à la calculatrice les nombres $A = 2^2 \times 3^5 \times 5 \times 7^2$ et $B = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$
4. Trouver le PGCD des nombres suivants : 238 140 et 25 200

III Nombres parfaits

On dit qu'un nombre est parfait si la somme de ses diviseurs est égale au double du nombre lui-même.

1. Vérifier que 6 et 28 sont parfaits.

2. Au III^e siècle avant J.-C., Euclide a donné la formule donnant tous les nombres parfaits pairs. Ce sont les nombres de la forme $2^{n-1}(2^n - 1)$, où n est un entier naturel non nul tel que $2^n - 1$ soit un nombre premier.
Donner les trois premiers nombres parfaits que cette formule permet de trouver.

(Remarque : on n'a toujours pas trouvé de nombre parfait impair; on sait seulement que s'il existe, il aurait un facteur premier supérieur à 300 000 et il serait supérieur à 10^{300} !)

IV Somme de puissances de 2

1. Vérifier, pour tout entier naturel n , l'égalité : $2^n = 2^{n+1} - 2^n$.
2. En déduire une expression plus simple de la somme : $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{100}$.

V

Développer les expressions suivantes :

- a) $2(x + 3)$
- b) $3(x - 5)$
- c) $x(x + 2)$
- d) $x(x - 3)$
- e) $(2x + 3)(5y + 7)$

2^{nde} : Feuille d'exercices (semaine du 9 octobre)

I

1. Écrire la décomposition de 48 en produit de facteurs premiers.
2. En déduire la décomposition de 144 et de 480 en produit de facteurs premiers.
3. Trouver le plus petit entier naturel non nul n tel que $48n$ soit un carré.

II

1. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres 432 et 750.
2. En déduire le PGCD de 432 et de 750, puis rendre irréductible la fraction $\frac{750}{432}$.
3. Calculer à la calculatrice les nombres $A = 2^2 \times 3^5 \times 5 \times 7^2$ et $B = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$
4. Trouver le PGCD des nombres suivants : 238 140 et 25 200

III Nombres parfaits

On dit qu'un nombre est parfait si la somme de ses diviseurs est égale au double du nombre lui-même.

1. Vérifier que 6 et 28 sont parfaits.

2. Au III^e siècle avant J.-C., Euclide a donné la formule donnant tous les nombres parfaits pairs. Ce sont les nombres de la forme $2^{n-1}(2^n - 1)$, où n est un entier naturel non nul tel que $2^n - 1$ soit un nombre premier.
Donner les trois premiers nombres parfaits que cette formule permet de trouver.

(Remarque : on n'a toujours pas trouvé de nombre parfait impair; on sait seulement que s'il existe, il aurait un facteur premier supérieur à 300 000 et il serait supérieur à 10^{300} !)

IV Somme de puissances de 2

1. Vérifier, pour tout entier naturel n , l'égalité : $2^n = 2^{n+1} - 2^n$.
2. En déduire une expression plus simple de la somme : $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{100}$.

V

Développer les expressions suivantes :

- a) $2(x + 3)$
- b) $3(x - 5)$
- c) $x(x + 2)$
- d) $x(x - 3)$
- e) $(2x + 3)(5y + 7)$