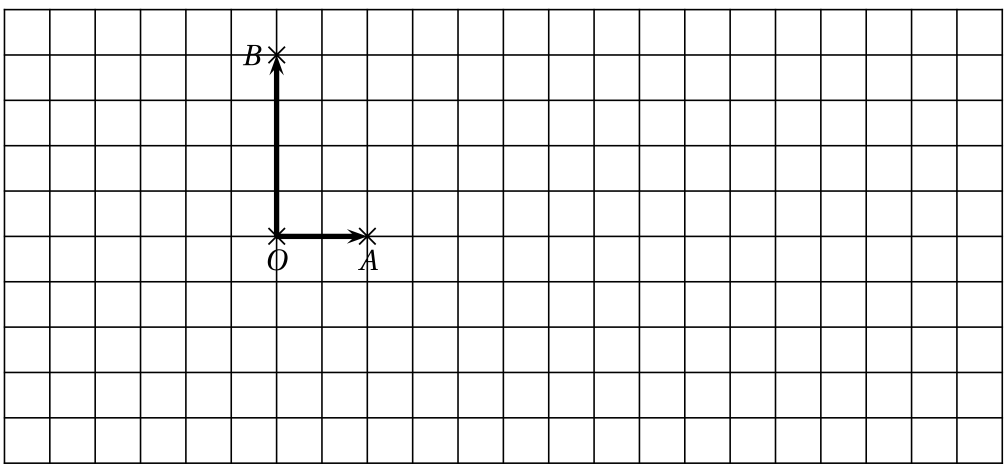
2^{nde} : TD sur les vecteurs colinéaires

I Autour d'un mot caché

Construire les 18 points C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, P, Q, R, S, T et U définis respectivement par les égalités vectorielles ci-dessous : Tous les vecteurs seront construits au crayon à papier et les 18 points seront marqués au stylo. Gommer ensuite tous les vecteurs qui ont servi à la construction des points, ainsi qu'éventuellement tous les points inutiles, pour ne garder que les points O, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, P, Q, R, S, T et U. Tracer alors au stylo les segments [FG], [FC], [DE], [BI], [BJ], [OA], [IH], [MN], [LK], [RQ], [RS], [SU], [QR] et [PT].
Vous découvrez alors le mot caché !

Égalités vectorielles :

$\overrightarrow{OC} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{OB}$
$\overrightarrow{DG} = 2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{OH} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{HI} = -2\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{BJ} = 2\overrightarrow{OA}$
$\overrightarrow{HK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{KL} = 2\overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{LM} = -\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{AN} = \frac{7}{2}\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
$\overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{QR} = -2\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{RS} = -2\overrightarrow{OB}$
$\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{TU} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$



II

A et B sont deux points distincts. M est le point tel que :

$$3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{0}.$$

Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire pour les points A, M et B. Placer M.

III

ABC est un triangle. I est le milieu de $[AB]$.
Les points J et K sont tels que $\overrightarrow{JC} = 2\overrightarrow{JA}$ et $\overrightarrow{KB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{KC}$.

1. Exprimer $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{KC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Prouver alors que les points I, J et K sont alignés.

IV

$ABCD$ est un parallélogramme. I est le milieu de $[AB]$. E est le point tel que $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$.

1. Prouver que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.
2. En déduire que les points A, C et E sont alignés.