

## 2nde devoir sur feuille n° 2

### I

Dans un repère orthonormé  $(O; I; J)$ , on considère les points  $A(3; 2)$ ,  $B(-1; -2)$ , et  $C(5; 0)$ .

1. Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure. (On pourra prendre un grand carreau pour unité ou un cm.)
2. Calculer les coordonnées du point  $M$ , milieu de  $[BC]$ , puis placer  $M$  sur la figure.
3. Calculer  $AB^2$  et en déduire la longueur  $AB$  en détaillant les calculs.
4. Calculer ensuite les valeurs exactes de  $AC^2$  puis  $AC$ , et de  $BC^2$  puis  $BC$ .
5. En déduire la nature du triangle  $ABC$ .
6. Tracer en justifiant le cercle circonscrit au triangle  $ABC$ , puis calculer la longueur de son rayon.
7. Déterminer par le calcul les coordonnées du point  $D$ , tel que  $M$  est le milieu de  $[AD]$ . Placer  $D$  sur la figure.
8. Donner en justifiant la nature précise du quadrilatère  $ABDC$ .

### II

Résoudre l'équation (après avoir trouvé l'ensemble de définition)

$$\frac{2}{3x-1} - \frac{3x}{3x+1} = \frac{4}{9x^2-1} - 1.$$

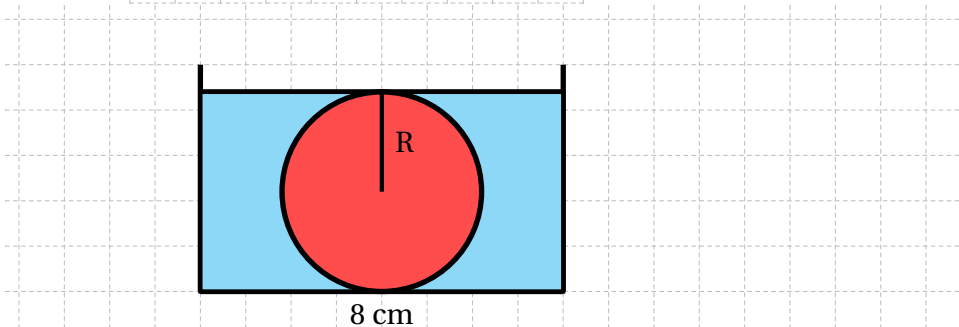
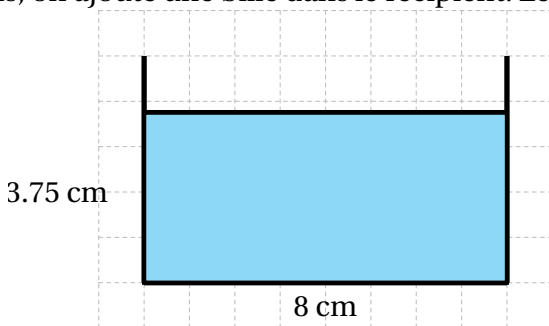
### III

Résoudre l'inéquation (après avoir trouvé l'ensemble de définition)

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{x+1} \geq 0$$

### IV

Dans un récipient de forme cylindrique, de rayon 4 cm, on verse de l'eau jusqu'à une hauteur de 3,75 cm. Puis, on ajoute une bille dans le récipient. Le liquide recouvre alors la bille **exactement**.



On veut trouver les rayons possibles de la boule. Pour cela :

1. Montrer que  $r$  est solution de l'équation  $r^3 - 24r + 45 = 0$ .
2. Vérifier que  $r^3 - 24r + 45 = (r - 3)(r^2 + 3r - 15)$ .
3. Montrer que  $r^2 + 3r - 15 = \left(r + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{69}{4}$ .
4. En déduire la factorisation de  $r^2 + 3r - 15$ .
5. En déduire les solutions de l'équation  $r^3 - 24r + 45 = 0$ .
6. Quels sont les rayons possibles pour la boule?

## V

Soit  $ABC$  un triangle quelconque. on considère les points  $I, J$  et  $K$  tels que  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$ .

1. Exprimer  $\overrightarrow{BJ}$  à l'aide des vecteurs  $\overrightarrow{BA}$  et  $\overrightarrow{AJ}$  en précisant la relation utilisée.
2. En déduire  $\overrightarrow{BJ}$  en fonction de  $\overrightarrow{IC}$ .
3. Que peut-on en déduire pour les droites  $(BJ)$  et  $(IC)$ ?

## VI

Lors d'un recensement de population, on a relevé le nombre d'enfants par famille dans un village de la région.

Nombre d'enfants par famille	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectifs	105	139	97	63	47	33	10	4	2

1. Donner le nombre moyen d'enfants par famille dans ce village.
2. Donner la valeur du premier quartile  $Q_1$  de la série ainsi que le troisième quartile  $Q_3$ .  
Interpréter concrètement la valeur donnée.
3. Calculer le pourcentage des familles de ce village ayant au moins 5 enfants.

## VII

Tiphaine passe beaucoup de temps à accorder les couleurs de ses vêtements.

Elle possède par exemple quatre foulard (un noir, un bleu, un rose et un marron) et deux manteaux (un noir et un bleu).

1. De combien de façons différentes Tiphaine peut-elle s'habiller?
2. De combien de façons différentes peut-elle s'habiller avec des vêtements de couleurs différentes?

## VIII

Au prochain contrôle d'histoire-géographie, les élèves de la classe devront choisir parmi deux sujets : un sujet d'Histoire et un sujet de Géographie.

La moitié des élèves maîtrisent le sujet d'Histoire et les deux tiers maîtrisent le sujet de Géographie.

Seul un quart maîtrise les deux sujets.

On interroge un élève au hasard à la sortie du contrôle.

On note  $H$  et  $G$  les événements « l'élève interrogé maîtrise le sujet d'Histoire » et « l'élève interrogé maîtrise le sujet de Géographie ».

1. Déterminer  $p(H)$ ,  $p(G)$  et  $p(H \cap G)$ .
2. En déduire  $p(H \cup G)$  et interpréter le résultat.
3. Quelle est la probabilité que l'élève interrogé ne maîtrise aucun des deux sujets?