2nde : exercices sur les acteurs et la relation de Chasles

Remarque : En 1841 Chasles enseigne à l'école polytechnique puis à la Sorbonne en 1846. Il entre à l'Académie des sciences en 1851. Chasles expose la relation qui porte son nom à la page 46/643 de son Traité de géométrie supérieure (1852)

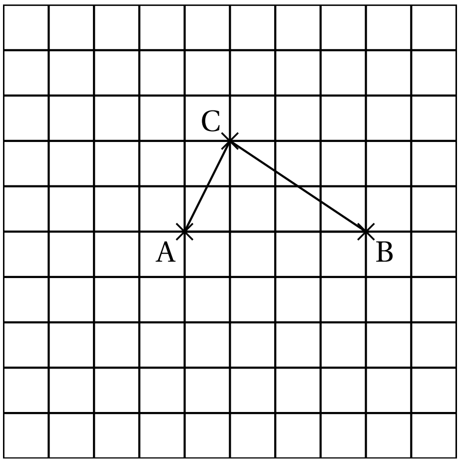
I

Soient [AC] et [BD] deux diamètres d'un cercle $\mathscr{C}$.

Démontrer que $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$

II Construction et démonstration

On considère un triangle ABC :



1. Construire les points I, J, K et L définis par :
   - $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$
   - $\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$
   - $\overrightarrow{AK}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$
   - $\overrightarrow{BL}=-2\overrightarrow{AC}$

   Remarque $2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}$.
2. En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{JK}=\overrightarrow{AB}$.
3. Démontrer ensuite que $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{AB}$
4. En déduire que le quadrilatère CIKJ est un parallélogramme.
5. Démontrer que les points I, B, J et L sont alignés.

III

Démontrer les égalités suivantes :

1. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$
2. $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}$
3. $\overrightarrow{FG}-\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{BF}$
4. $-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CA}+3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{BC}$

IV

Soit I le milieu d'un segment [AB] et M un point n'appartenant pas à la droite (AB).

1. Construire les points C et D tels que $\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IM}$ et $\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IM}$.
2. Quelle est la nature des quadrilatères AIMC et IBDM ?
3. Démontrer que M est le milieu de [CD].
4. Démontrer que $\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{BM}$.
5. Soit E le symétrique de I par rapport à M.
   (a) Traduire cette propriété par une égalité vectorielle.
   (b) Démontrer que $\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IE}$.