

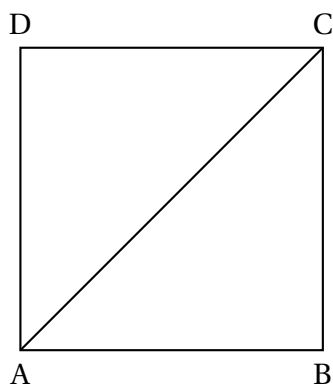
2^{nde} : correction de la feuille d'AP n° 1

I

ABCD est un carré dont les côtés mesurent 4 cm.

Quelle est la longueur de la diagonale [AC] ? et celle de [BD] ?

On commence par faire une figure !



Comme ABCD est un carré, le triangle ABC est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32.$$

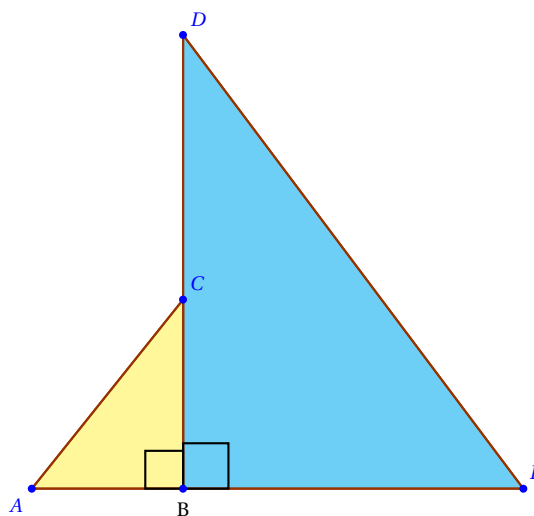
Comme AC est une longueur, AC est positif donc

$$AC = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{4 \times 2} = 4\sqrt{2}.$$

Remarque : si le côté du carré mesure a , la diagonale mesure $d = a\sqrt{2}$.

II

On donne la figure suivante :



On sait que $AC = 5$ cm, $BC = 3$ cm, $BD = 12$ cm, et $DE = 15$

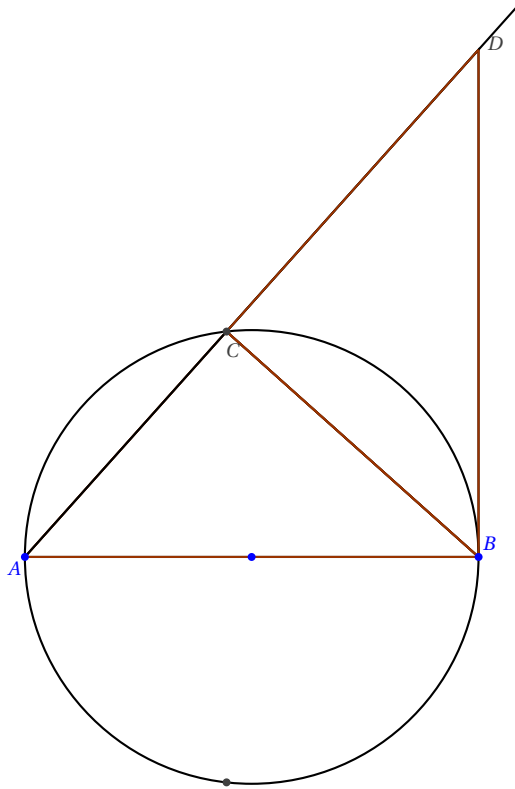
Calculer les longueurs AB, BE puis en déduire la longueur AE.

- Le triangle ABC est rectangle en B, donc, d'après le théorème de Pythagore, on a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc $5^2 = AB^2 + 3^2$ d'où $AB^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$ donc $AB = \sqrt{16} = 4$.
- Le triangle BED est rectangle en B, donc, d'après le théorème de Pythagore, on a : $ED^2 = BE^2 + BD^2$ donc $15^2 = BE^2 + 12^2$ d'où $BE^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$ donc $BE = \sqrt{81} = 9$.
- Les droites (AB) et (BE) sont perpendiculaires à la même droite donc elles sont parallèles. Comme elles ont un point commun, elles sont confondues, donc les points A, B et E sont alignés.

O en déduit que $AE = AB + BE = 4 + 9 = 13$: $AE = 13$

III

Tracer un cercle \mathcal{C} dont un diamètre [AB] mesure 12 cm. Sur ce cercle, placer un point C, tel que $AC = 8$ cm.



1. ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [AB], donc ABC est rectangle en C.
2. Puisque ABC est rectangle en C, on applique le théorème de Pythagore : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ donc $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 12^2 - 8^2 = 144 - 64 = 80$.
Comme $BC \geq 0$, on a $BC = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{4^2 \times 5} = 4\sqrt{5}$
3. Voir figure
BCD est aussi rectangle en C. D'après le théorème de Pythagore, on a : $BD^2 = BC^2 + CD^2 = 80 + 10^2 = 180$.
On en déduit que $BD = \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = \sqrt{6^2 \times 5} = 6\sqrt{5}$
4. Les côtés du triangle ABD mesurent : $AB = 12$, $BD = 6\sqrt{5}$ et $AD = 8 + 10 = 18$.
5. Le plus grand côté est [BD]
 $BD^2 = 18^2 = 324$.
 $AB^2 + BD^2 = 12^2 + (6\sqrt{5})^2 = 144 + 180 = 324$.

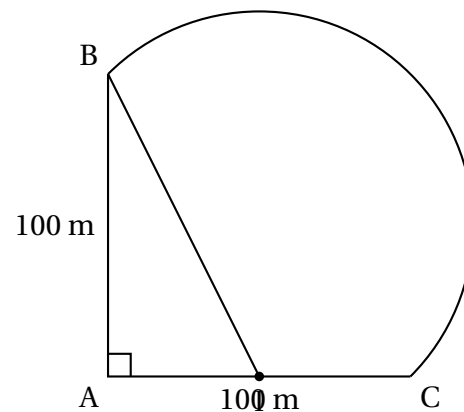
On constate que $BD^2 = AB^2 + AD^2$.

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABD est **rectangle** en B.

6. (BD) est perpendiculaire en B au diamètre [AD] du cercle, donc (BD) est tangente au cercle en B.

IV Brevet : Antilles-Guyane septembre 2001

Monsieur Dupont possède une propriété ayant la forme du schéma suivant :



Le côté [AB] du triangle isocèle ABC mesure 100 m, et le demi-cercle a pour diamètre [BC].

1. $BC = 100\sqrt{2}$ (diagonale d'un carré de côté 100).
2. Le terrain est constitué d'un triangle rectangle isocèle et d'un demi-disque.

L'aire du triangle isocèle est $\mathcal{A}_1 = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{100^2}{2} = \frac{10000}{2} = 5000 \text{ m}^2$.

Le disque a pour diamètre $100\sqrt{2}$, donc pour rayon $50\sqrt{2}$.

L'aire du demi-disque est $\mathcal{A}_2 = \frac{\pi \times (50\sqrt{2})^2}{2} = \frac{\pi \times 2500 \times 2}{2} = 2500\pi \text{ m}^2$.

L'aire du terrain P est $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = 5000 + 2500\pi$.

3. Le périmètre du terrain est $\mathcal{P} = CA + CB + \pi r$ où r est le rayon du cercle, donc $r = 50\sqrt{2}$.
 $\mathcal{P} = 200 + \pi \times 50\sqrt{2} = 200 + 50\sqrt{2}\pi$.
4. ABI est rectangle en B ; $\tan \widehat{ABI} = \frac{AI}{AB} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$. On en déduit $\widehat{ABI} \approx 26,57^\circ$.