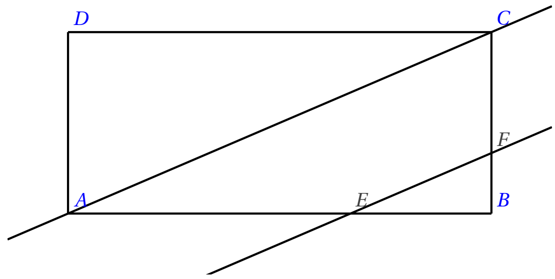
2$^{\text{nde}}$: TD (vecteurs-inéquations)

I Trois méthodes pour montrer le même résultat

Soit ABCD un rectangle. Soit E le point du segment [AB] tel que AE $= \dfrac{2}{3}$AB et le point F du segment [BC] tel que BF $= \dfrac{1}{3}$BC.



Méthode 1 : solution analytique

1. Dans le repère $(A\,;\,\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AD})$, quelles sont les coordonnées des points A, B, C, D, E, F ?
2. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire ?

Méthode 2 : solution vectorielle

Démontrer (à l'aide de la relation de Chasles) que $\overrightarrow{EF} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. (indication : faire intervenir le point B)
Que peut-on en déduire pour les droites (EF) et (AC) ?

Méthode 3 : utilisant les configurations

En utilisant la réciproque du théorème de Thalès, démontrer que les droites (AC) et (EF) sont parallèles.

II

Soit $ABCD$ un parallélogramme. I est le milieu de $[BC]$ et E est le point défini par $\overrightarrow{AE} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
Démontrer que les points D, E et I sont alignés.

III

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $(2x+5)(7x+1) \leqslant 0$

b) $(-2x+5)(3x+7) \geqslant 0$

c) $(4x^2-49)(x^2-1) > 0$

d) $\dfrac{-5}{x(x-1)} \geqslant 0$ (on précisera les valeurs interdites)

e) $\dfrac{x}{x+2} - \dfrac{1}{x+1} < 0$

IV

1. Vérifiez que, pour tout réel x, $x^2-2x-3 = (x-1)^2-4$.
2. Utilisez ce résultat pour résoudre l'inéquation $x^2-2x-3 < 0$.