

2^{nde} : TD sur les fonctions homographiques

I

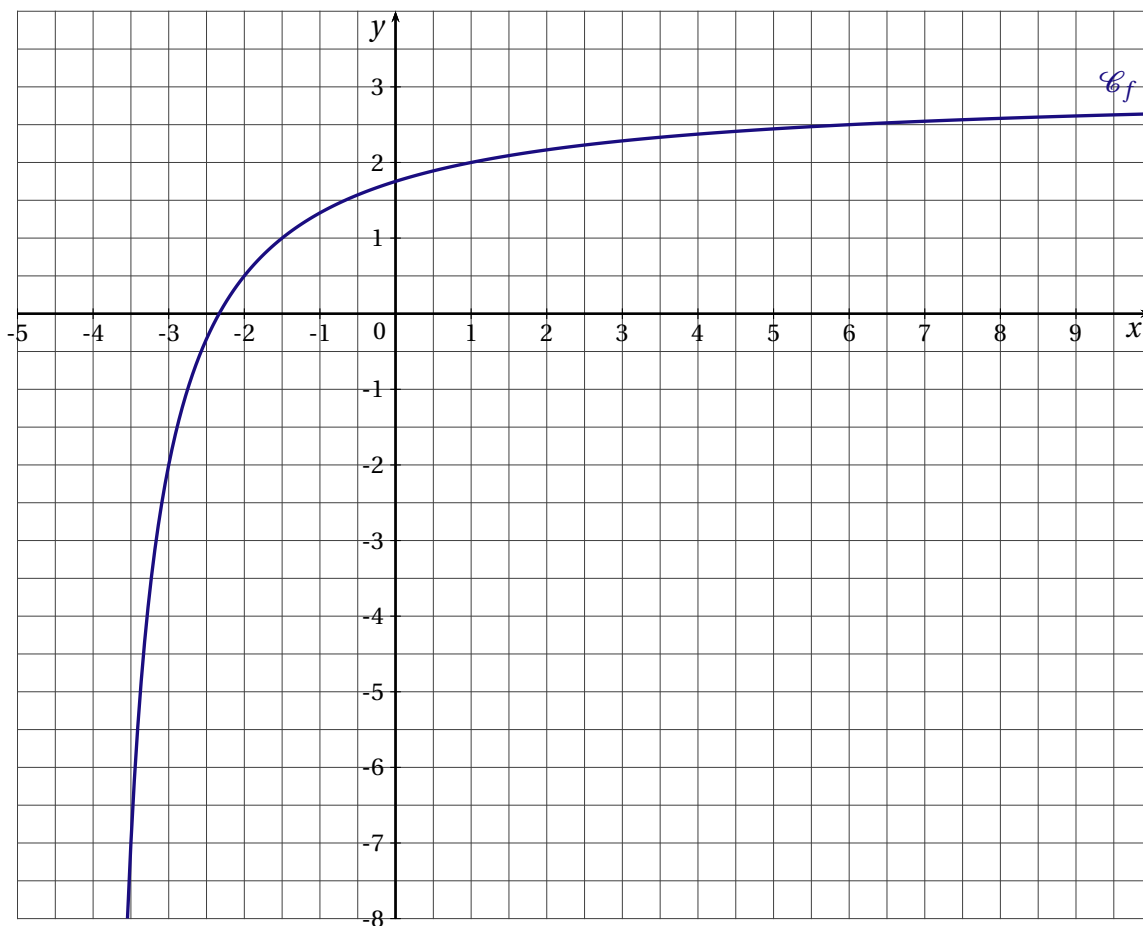
On considère les deux fonctions f et g définies par : $f(x) = 3 - \frac{4}{x-2}$ et $g(x) = 4 - \frac{6x}{x+1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f et de g .
2. Montrer que ces fonctions sont des fonctions homographiques.
3. Tracer la courbe représentative de f et celle de g dans un même repère orthonormé.

II

Soit f la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $] -4; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x+7}{x+4}$.

1. (a) Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle $] -4; +\infty[$, $f(x) = 3 - \frac{5}{x+4}$.
(b) Étudier les variations de la fonction f .
2. On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe \mathcal{C}_f avec les axes du repère.
3. Soit g la fonction affine définie pour tout réel x par $g(x) = x - 3,5$.
On a tracé ci-dessous la courbe \mathcal{C}_f , tracer la courbe D représentative de la fonction g dans le même repère.



4. (a) Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $] -4; +\infty[$ on a : $g(x) - f(x) = \frac{\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{361}{16}}{x+4}$.
(b) Étudier le signe de $g(x) - f(x)$.
En déduire les positions relatives des courbes \mathcal{C}_f et D .

III

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{-2x+3}{x-3}$.

On note \mathcal{C} sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; I; J)$.

1. Donner l'ensemble de définition \mathcal{D} de la fonction f .
2. Trouver les réels a et b tels que pour tout $x \in \mathcal{D}$: $f(x) = a + \frac{b}{x-3}$.
3. Pour la suite on pourra admettre que $f(x) = -2 - \frac{3}{x-3}$.
Montrer que la fonction f est croissante sur $] -\infty ; 3[$.
On admettra que la fonction est croissante sur $]3 ; +\infty[$.
Résumer cette étude dans un tableau de variation.
4. Calculer $f(x) - (-2)$ et étudier son signe.
En déduire la position de \mathcal{C} par rapport à la droite (d) d'équation $y = -2$.

5. Recopier et compléter, à l'aide de la calculatrice le tableau suivant.

x	-7	-5	-3	-1	0	1	2	2,5	3,5	4	6	9	10	14
f(x)														

6. Tracer dans le repère ci dessous, la droite (d), la droite d'équation $x = 3$ et la courbe \mathcal{C} .

