2nde : correction du TD sur les vecteurs (relation de Chasles et somme)

I

Simplifier les expressions suivantes en utilisant la relation de Chasles :

1. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CB}=\boxed{\overrightarrow{0}}$.
2. $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\boxed{\overrightarrow{AD}}$
3. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{BA}=\boxed{\overrightarrow{AB}}$

II

En utilisant la relation de Chasles, compléter les égalités suivantes :

a) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{FU}+\overrightarrow{UE}$

c) $\overrightarrow{OU}+\overrightarrow{RS}+\overrightarrow{UR}=\overrightarrow{OU}+\overrightarrow{UR}+\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{RS}=\boxed{\overrightarrow{OS}}$

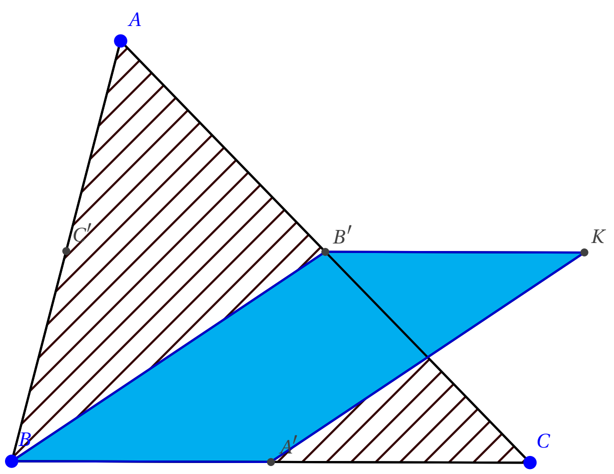
d) $\overrightarrow{RT}=\overrightarrow{RI}+\overrightarrow{IT}$

e) $\overrightarrow{XY}=\overrightarrow{XM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NY}$

III

Dans un triangle ABC, on note A', B' et C' les milieux respectifs des segments [BC], [CA] et [AB].
Le point K vérifie $\overrightarrow{A'K}=\overrightarrow{BB'}$

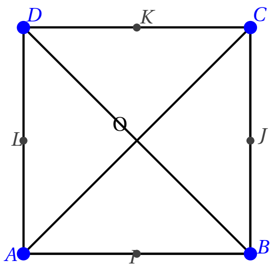
1. Figure :



2. Par construction, $\overrightarrow{A'K}=\overrightarrow{BB'}$ donc A'KB'B est un parallélogramme.
3. A' est le milieu de [BC] donc $\overrightarrow{BA'}=\overrightarrow{A'C}$.
4. A'KB'B est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{BA'}=\overrightarrow{B'K}$; or $\overrightarrow{BA'}=\overrightarrow{A'C}$. On en déduit que : $\overrightarrow{B'K}=\overrightarrow{A'C}$.
   On en déduit que A'CKB' est un parallélogramme.
5. On a par exemple :
   $\overrightarrow{CK}=\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{A'C}+\overrightarrow{CB'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{C'A}$.
   On en déduit que : $\overrightarrow{CK}=\overrightarrow{C'A}$ donc CKAC' est un parallélogramme.

IV

ABCD est un carré de centre O ; I, J, K et L sont les milieux des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].



Compléter, en utilisant uniquement des points de la figure :

- $\overrightarrow{LK}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{LD}+\overrightarrow{DK}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AL}+\overrightarrow{LO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{KI}$
- $\overrightarrow{OL}+\overrightarrow{OK}=2\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{BD}$
- $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{AJ}$ (diagonale du parallélogramme)
- $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{LI}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{AK}$
- $\overrightarrow{DK}+\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{DK}+\overrightarrow{KL}+\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{DL}+\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{CI}$