

Exercices sur les ensembles de nombres

I

Pour chacun des nombres suivants, préciser, parmi les ensembles \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{D} , \mathbb{Q} et \mathbb{R} le plus petit ensemble auquel il appartient : (justifier chaque réponse!)

$$a = 2,7 \quad ; \quad b = \frac{\pi}{3}$$
$$c = \frac{(5 + \sqrt{7})^2 - (5 - \sqrt{7})^2}{\sqrt{7}} \quad ; \quad d = 10^{-4}$$
$$e = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) \quad ; \quad f = -\frac{72}{8}$$

II Vrai ou faux?

1. Tout nombre décimal est un rationnel.
2. Le nombre $2,53\underbrace{789}\dots \in \mathbb{D}$
3. L'inverse d'un décimal non nul est un décimal.
4. L'inverse d'un rationnel non nul est un rationnel.

III

Cette liste renferme un intrus. Le débusquer.

$$\frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}; \frac{1}{10}; \frac{1}{16}; \frac{1}{20}$$

IV

1. Expliquer pourquoi la somme de deux rationnels est un rationnel.

2. Montrer que le nombre $\left(\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2$ est un rationnel.

3. Montrer plus généralement que, si a est un nombre rationnel positif non nul, $\left(\sqrt{a} - \sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2$ est un rationnel.

1. Simplifier les écritures des nombres suivants :

$$a = \frac{360}{252} \quad ; \quad b = \frac{46 \times (10^{-5})^2}{32 \times (10^{-3})^5}$$

$$c = \sqrt{125} \quad ; \quad d = \frac{8^4 \times 9^2}{12^3}$$

$$e = (2\sqrt{3} - 4)(2\sqrt{3} + 4)$$

2. Compléter toutes les cases du tableau ci-dessous à l'aide des symboles \in ou \notin :

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{D}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
a					
b					
c					
d					
e					