2nde AP (condition nécéssaire et suffisante)

(Inspiré de Math 2e BELIN ; Langage, Logique, Démonstrations Marcel Condamine)

La phrase : Si $x > 2$ alors $x^2 > 1$ » est vraie.
En effet, si $x > 2$ alors $x^2 > 4$ donc $x^2 > 1$.

Il est **suffisant** que x soit supérieur à 2 pour que x^2 soit supérieur à 1. Mais il n'est **pas nécessaire** que x soit supérieur à 2 pour que x^2 soit supérieur à 1.
En effet, $1,2 < 2$ et $1,44 > 1$ ($1,2^2 = 1,44$).
« $x > 2$ » est une **condition suffisante** pour que $x^2 > 1$ » mais ce n'est **pas une condition nécessaire**.

Exercice 1 :

a) Indiquer si les conditions ci-dessous sont suffisantes pour que $x^2 > 4$:

a) $x > 10$

b) $x > 1,4$

c) $x < -2$

d) $x < 0$

e) $x > 2$

f) $x < -1$

g) $x < -2$ ou $x > 2$

h) $x > 1$

i) $x < -3$ ou $x > 3$.

b) Parmi les conditions suffisantes, indiquer celle(s) qui est (ou sont) nécessaire(s).

Exercice 2 :

Même exercice pour que ABCD soit un parallélogramme :

a) ABCD est un rectangle

b) AB = CD

AC et [BD] se coupent en leur milieu et $(AC) \perp (BD)$

AC et [BD] se coupent en leur milieu

c) $AC = BD$

d) ABCD est un carré

Exercice 3 :

Retrouver l'erreur de raisonnement dans la rédaction ci-dessous : Enoncé : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + x + 1 = 0$. »

Solution :

- $x^2 + x + 1 = 0$
- On a $x^2 + (x+1) = 0$ et $x(x+1) + 1 = 0$
- D'où $x + 1 = -x^2$ et $x\left(-x^2\right) + 1 = 0$
- Soit $x^3 = 1$
- Soit $x = 1$.
- Donc $\boxed{3 = 0}$. »