2nde : devoir sur feuille n° 3

I

Lorsque Yacine a déplacé son lecteur DVD, il a été obligé de débrancher trois câbles. Les trois câbles sont de couleurs différentes et correspondent chacun à une entrée spécifique.
Malheureusement, les entrées n'ont pas de couleur et Yacine ne se souvient plus dans quelle prise brancher chaque câble.

1. Combien y a-t-il de possibilités pour effectuer les branchements ?
2. Yacine prétend qu'il a une chance sur trois de réussir le branchement. A-t-il raison ?

II

On a effectué un sondage sur les activités extra-sportives pratiquées ar les élèves d'un lycée.
40 % des élèves font à la fois un sport et jouent d'un instrument de musique, 35 % font seulement du sport et 40 % ne pratiquent ni sport ni musique.
On interroge un élève au hasard à la sortie du lycée.

On note S l'événement « l'élève pratique un sport » et M l'événement « l'élève pratique un instrument de musique ».
Écrire les événements suivants à l'aide de M et S, puis calculer leurs probabilités :

1. « L'élève ne fait pas de sport, mais joue d'une instrument de musique. »
2. « L'élève pratique un sport ».
3. « L'élève joue d'un instrument de musique ».
4. L'élève pratique un sport ou joue d'un instrument ».

III

Tracer un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm.
Construire le point D vérifiant $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

IV

Soit ABC un triangle quelconque. I et J sont les mieux respectifs de [AB] et [AC].

1. Montrer que $\overrightarrow{\mathrm{IJ}} = \overrightarrow{\mathrm{AJ}} - \overrightarrow{\mathrm{AI}}$.
2. Exprimer $\overrightarrow{\mathrm{AI}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AJ}}$ en fonction de $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{AC}$.
3. En déduire $\overrightarrow{\mathrm{IJ}}$ en fonction de $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$
4. Quel théorème vu au collège retrouve-t-on ainsi ?

V

Soient [AC] et [BD] deux diamètres d'un cercle $\mathscr{C}$.

Démontrer que $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

VI

Soit I le milieu d'un segment [AB] et M un point n'appartenant pas à la droite (AB).

1. Construire les points C et D tels que $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IM}$ et $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IM}$
2. Quelle est la nature des quadrilatères AIMC et IBDM ?
3. Démontrer que M est le milieu de [CD].
4. Démontrer que $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{BM}$.
5. Soit E le symétrique de I par rapport à M.
   (a) Traduire cette propriété par une égalité vectorielle.
   (b) Démontrer que $\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IE}$

VII

Soit ABCD un carré de centre O. I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [CD].
K est un point de [BD] autre que O. L est le symétrique de K par rapport à O.
Le but de l'exercice est d'étudier la nature du quadrilatère ILJK.

1. Dans le repère $\left(\mathrm{A}\,;\overrightarrow{\mathrm{AB}}\,;\overrightarrow{\mathrm{AD}}\right)$, donner les coordonnées des points I, J et K.
2. Démontrer que le quadrilatère ILJK est un parallélogramme.
3. **Question facultative :**
   À quelle condition sur le point K IJLK est-il un rectangle ?
   (**indication** : utiliser le triangle IJK et on rappelle que le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre l'hypoténuse de ce triangle)

VIII

Partie A

1. Développer et réduire l'expression $16-(x-2)^2$.
2. Factoriser l'expression $16-(x-2)^2$.
3. Résoudre l'équation $16-(x-2)^2=0$.

Partie B

Sur la figure ci-dessous , $ABCD$ un carré de 8 cm de côté. B' est un point mobile sur $[AB]$ et C' et D' sont tels que $AB'C'D'$ soit un carré.

On pose $x = AB'$.

1. Réaliser la figure en vraie grandeur avec $x=3$.
2. Quelle est alors l'aire de la surface grisée ?
3. Refaire une figure en vraie grandeur avec $x=6$.
4. Déterminer l'ensemble I des valeurs que peut prendre x.
5. Exprimer l'aire du triangle BCC' en fonction de x.
6. On note $\mathscr{A}(x)$ l'aire de la surface hachurée en fonction de x. Montrer que pour tout x appartenant à I, on a :
$$\mathscr{A}(x) = -x^2+4x+32.$$
7. En utilisant les résultats de la partie **A.**, déterminer algébriquement les éventuelles valeurs de x pour lesquelles l'aire hachurée est égale à 20 cm^2.