

2^{nde} : AP séance 1

I

Calculer sous forme de fraction irréductible :

$$A = \frac{4}{9} - 2 \times \frac{7}{6} \quad B = \frac{1 - 2 \times \frac{7}{3}}{\left(1 - \frac{1}{6}\right)^2} \quad C = \frac{1 - \frac{1}{3}}{6} \times \frac{9}{4} - \frac{1}{5}$$

II

On souhaite calculer $\frac{23}{48} - \frac{5}{15}$.

Pour cela, il faut mettre les fractions au même dénominateur. Comme dénominateur commun, on calcule le plus petit commun multiple de 15 et 48, noté PPCM.

1. Effectuer la décomposition de ces deux nombres en produit de facteurs premiers
2. En déduire que le PPCM de 15 et 48 est 240.
3. Effectuer alors le calcul demandé.

III

$$\text{Calculer : } A = \frac{7}{160} + \frac{1}{2700} \quad B = \frac{5}{72} - \frac{1}{48}$$

IV

Simplifier les fractions suivantes lorsque c'est possible :

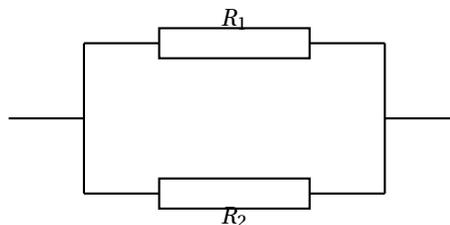
$$A = \frac{13+a}{13-a} \quad B = \frac{13+13a}{13-13a} \quad C = \frac{2x+3}{2(x+3)}$$

$$D = \frac{2x+18}{2(x+3)} \quad E = \frac{10}{15n-10}$$

V

En électricité, si deux résistances R_1 et R_2 sont branchées en parallèle, elles forment une résistance totale équivalente R_T telle que

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



- a) Calculer la résistance totale équivalente à deux résistances de 12Ω (ohms) et 9Ω branchées en parallèle.
- b) Exprimer R_T en fonction de R_1 et R_2 .
- c) Si les deux résistances R_1 et R_2 sont égales, de valeur x (en ohm), prouver que R_T vaut $\frac{x}{2}$ (en ohm).
- d) On branche une troisième résistance R_3 en parallèle. Exprimer $\frac{1}{R_T}$ en fonction de $\frac{1}{R_1}$, $\frac{1}{R_2}$ et $\frac{1}{R_3}$, puis R_T en fonction de R_1 , R_2 et R_3 .
- e) Si les trois résistances sont égales, déterminer la valeur de la résistance totale.

Correction

I

$$A = \frac{4}{9} - 2 \times \frac{7}{6} = \frac{4}{9} - \frac{2 \times 7}{2 \times 3} = \frac{4}{9} - \frac{7}{3} = \frac{4-21}{9} = \boxed{\frac{-17}{9}}$$

$$B = \frac{1-2 \times \frac{7}{3}}{\left(1-\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{1-\frac{14}{3}}{\left(\frac{6}{6}-\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{\frac{3}{3}-\frac{14}{3}}{\left(\frac{5}{6}\right)^2} = \frac{-\frac{11}{3}}{\frac{25}{36}} = -\frac{11}{3} \times \frac{36}{25} = -\frac{11 \times 3 \times 12}{3 \times 25} = \boxed{\frac{-132}{25}}$$

$$C = \frac{1-\frac{1}{3}}{6} \times \frac{9}{4} - \frac{1}{5} = \frac{\frac{3}{3}-\frac{1}{3}}{6} \times \frac{9}{4} - \frac{1}{5} = \frac{\frac{2}{3}}{6} \times \frac{9}{4} - \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} \times \frac{9}{4} - \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2 \times 3} \times \frac{9}{4} - \frac{1}{5} = \frac{2}{9} \times \frac{9}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{5-4}{20} = \boxed{\frac{1}{20}}$$

II

1. • $15 = 3 \times 5$

• $48 = 16 \times 3 = 2^4 \times 3$

2. Pour calculer le PPCM de deux nombres, on prend chaque facteur premier intervenant dans les décompositions affecté du plus grand exposant. : On en déduit que $\text{PPCM}(15 ; 48) = 2^4 \times 3 \times 5 = 16 \times 3 \times 5 = \boxed{240}$.

3. $\frac{23}{48} - \frac{5}{15} = \frac{5 \times 23}{240} - \frac{5 \times 16}{240} = \frac{115-80}{240} = \frac{35}{240} = \frac{5 \times 7}{5 \times 48} = \boxed{\frac{7}{48}}$

III

On veut calculer $A = \frac{7}{160} + \frac{1}{2700}$.

$$160 = 16 \times 10 = 2^4 \times 2 \times 5 = 2^5 \times 5.$$

$$2700 = 27 \times 100 = 3^3 \times 4 \times 25 = 3^3 \times 2^2 \times 5^2 = 2^2 \times 3^3 \times 5^2.$$

On en déduit que $\text{PPCM}(160 ; 2700) = 2^5 \times 3^3 \times 5^2 = 21600$.

Alors : $A = \frac{7}{160} + \frac{1}{2700} = \frac{7 \times 135}{21600} + \frac{1 \times 8}{21600} = \frac{945+8}{21600} = \boxed{\frac{953}{21600}}$

$$72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2 ; 48 = 16 \times 3 = 2^4 \times 3.$$

On en déduit que $\text{PPCM}(72 ; 48) = 2^4 \times 3^2 = 16 \times 9 = 144$.

Alors : $B = \frac{5}{72} - \frac{1}{48} = \frac{10}{144} - \frac{3}{144} = \boxed{\frac{7}{144}}$

IV

• $A = \frac{13+a}{13-a}$ ne peut pas être simplifiée car il n'y a pas de produit au numérateur et au dénominateur avec un même facteur.

• $B = \frac{13+13a}{13-13a} = \frac{13(1+a)}{13(1-a)} = \boxed{\frac{1+a}{1-a}}$

• $C = \frac{2x+3}{2(x+3)}$ n'est pas simplifiable.

• $D = \frac{2x+18}{2(x+3)} = \frac{2(x+9)}{2(x+3)} = \boxed{\frac{x+9}{x+3}}$

• $E = \frac{10}{15n-10} = \frac{5 \times 2}{5(3n-2)} = \boxed{\frac{2}{3n-2}}$

V

1. $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{3}{36} + \frac{4}{36} = \boxed{\frac{7}{36}}$ donc $R_T = \frac{36}{7} \Omega$.

2. $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$ d'où $R_T = \boxed{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$

3. Si $R_1 = R_2 = x$, on obtient $R_T = \frac{x \times x}{x+x} = \frac{x^2}{2x} = \frac{x}{2}$.

4. $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}{R_1 R_2 R_3}$ donc $R_T = \boxed{\frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}}$

5. Si $R_1 = R_2 = R_3 = x$, on obtient $R_T = \frac{x^3}{3x^2} = \boxed{\frac{x}{3}}$

Liens pour s'entraîner sur les PPCM :

- Déterminer le PPCM de deux entiers connaissant leur décomposition en produit de facteurs premiers
- Déterminer le PPCM de deux entiers
- Déterminer le PPCM de couples de nombres inférieurs à 100

Générateur d'exercices :

- Calcul du PPCM de deux entiers connaissant leur décomposition en produit de facteurs premiers
- Calcul du PPCM de deux entiers