1^{re} STG : correction du contrôle (sujet A)

(droites et systèmes)

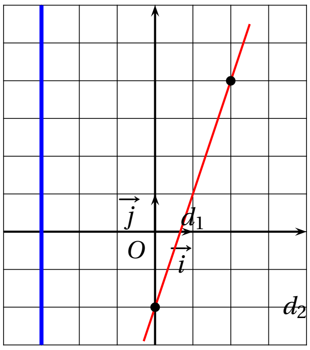
I (2 points)

Pour la droite d_1 :

x	0	2
$y=3x-2$	-2	4

La droite d_1 passe par les points de coordonnées $(0\,;\,-2)$ et $(6\,;\,4)$.
On pouvait aussi utiliser le coefficient directeur égal à 3.

La droite d_2 est parallèle à l'axe des ordonnées et passe par le point de coordonnées $(-3\,;\,0)$.

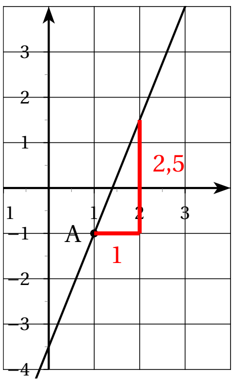


II (2 points)

Dans un repère orthonormal, on considère les droites d_1, d_2, d_3 et d_4 d'équations respectives :

- d_1 : $y=-2x+15$. Le coefficient directeur est -2.
- d_2 : $y=2-3x$. Le coefficient directeur est -3.
- d_3 : $y=\dfrac{x}{2}+1$. Le coefficient directeur est $\dfrac{1}{2}$.
- d_4 : $y=x$. Le coefficient directeur est 1 (car $x=1x$).

III (3 points)



IV (3 points)

Une équation de la droite (AB) est de la forme $y=ax+b$, où a est le coefficient directeur.
$a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{5-1}{4-2}=\dfrac{4}{2}=2.$
L'équation est donc $y=2x+b$.
Calcul de b : Les coordonnées de A vérifient cette équation, donc $y_A=2x_A+b$, d'où : $1=2\times 2+b$, c'est-à-dire $1=4+b$.
On en déduit : $b=-3$.
Une équation de la droite (AB) est donc : $\boxed{y=2x-3}$.

V (3 points)

d_1 passe par les points de coordonnées $(0\,;\,7)$ et $(1\,;\,4)$; son coefficient directeur est donc : $\dfrac{4-7}{1-0}=-3$.
L'ordonnée à l'origine est 7 donc une équation de d_1 est : $\boxed{y=-3x+7}$.
d_2 est parallèle à l'axe (Oy) et passe par le point de coordonnées $(4\,;\,0)$: son équation est donc : $\boxed{x=4}$.
d_3 passe par les points A$(1\,;\,3)$ et B$(4\,;\,5)$.
Son coefficient directeur est $a=\dfrac{5-3}{4-1}=\dfrac{2}{3}$.
Une équation de d_3 est : $y=\dfrac{2}{3}x+b$.
Calcul de b : les coordonnées de A vérifient cette équation donc $y_A=\dfrac{2}{3}x_A+b$.
Donc : $3=\dfrac{2}{3}\times 1+b$ qui donne $b=3-\dfrac{2}{3}=\dfrac{9}{3}-\dfrac{2}{3}=\dfrac{7}{3}$.
d_3 a pour équation : $\boxed{y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{7}{3}}$.

VI (3 points)

a) $\begin{cases} 3x-y=9 & (1) \\ 2x+5y=-11 & (2) \end{cases}$

On peut utiliser la méthode par substitution :
D'après (1), on a : $3x-9=y$ donc $y=3x-9$.
ON remplace dans (2) : $2x+5y=-11$ donne $2x+5(3x-9)=-11$ d'où $2x+15x-45=-11$, donc $17x=34$; on en déduit $x=\dfrac{37}{17}=2$.
Comme $y=3x-9$, on a $y=3\times 2-9=-3$.
$\boxed{\text{Le couple solution est (2 ; -3)}}$.

b) $\begin{cases} 5x-7y=43 & (1) \\ 2x+3y=-6 & (2) \end{cases}$

Prenons la méthode par combinaisons :
$(1)\times 2 \quad 10x-14y=86\ (1')$
$(2)\times 5 \quad 10x+15y=-30\ (2')$
On soustrait : $(2')-(1')$:
$(10x+15y)-(10x-14y)=-30-86$, soit : $29y=-116$.
On en déduit : $y=-\dfrac{116}{29}=-4$.
En rempplaçant dans (2) : $2x+3\times(-4)=-6$ d'où : $2x-12=-6$, soit $2x=-6+12=6$, donc $x=3$.
$\boxed{\text{Le couple solution est (3 ; -4)}}$.

VII (4 points)

1. On a $x+y=20$ (nombre de parties) et $3x-4y=11$ (montant gagné).
   On a donc le système : $\begin{cases} x+y=20 \\ 3x-4y=11 \end{cases}$.
2. Résolution par substitution :
   La première équation donne $y=20-x$.
   On remplace dans la deuxième équation : $3x-4(20-x)=11$ donc $3x-80+4x=11$ donc $7x=91$.
   Par conséquent $x=\dfrac{91}{7}=13$ et $y=20-13=7$.
3. Fred a donc perdu 7 parties.

1^{re} STG : contrôle (sujet B)

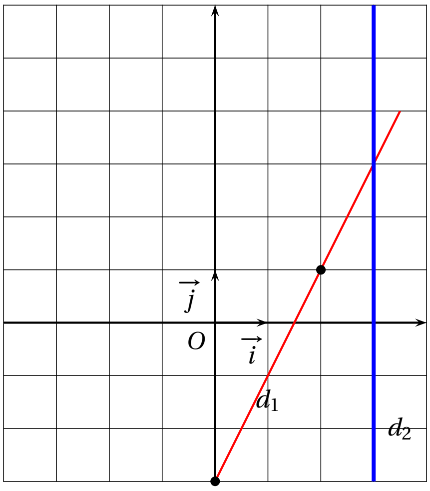
(droites et systèmes)

I (2 points)

Pour la droite d_1 :

x	0	2
$y=2x-3$	-3	1

La droite d_1 passe par les points de coordonnées $(0\,;\,-3)$ et $(2\,;\,1)$.
On pouvait aussi utiliser le coefficient directeur égal à 2.
La droite d_2 est parallèle à l'axe des ordonnées et passe par le point de coordonnées $(3\,;\,0)$.

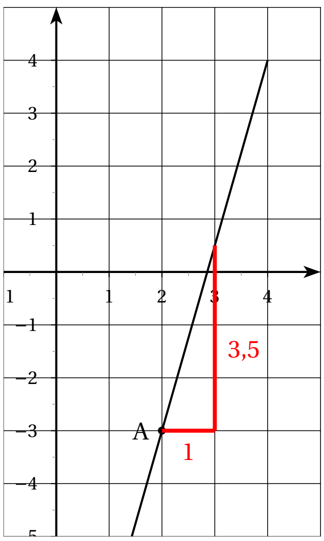


II (2 points)

Dans un repère orthonormal, on considère les droites d_1, d_2, d_3 et d_4 d'équations respectives :

- $d_1 : y=-3x+15$. Le coefficient directeur est -3.
- $d_2 : y=2-5x$. Le coefficient directeur est -5.
- $d_3 : y=\dfrac{x}{3}+1$. Le coefficient directeur est $\dfrac{1}{3}$.
- $d_4 : y=-x$. Le coefficient directeur est -1 (car $-x=-1\times x$).

III (3 points)



IV (3 points)

Une équation de la droite (AB) est $y=ax+b$.
Calcul de a : $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{7-1}{5-2}=\dfrac{6}{3}=2$; $\boxed{a=2}$.
L'équation s'écrit : $y=2x+b$.
Les coordonénes de A vérifient cette équation : $y_A=2x_A+b$ donc $1=2\times 2+b$.
D'où : $1=4+b$ qui donne $1-4=b$, c'est-à-dire $\boxed{b=-3}$.
Une équation de la droite (AB) est donc : $\boxed{y=2x-3}$.

V (3 points)

d_1 passe par les points de coordonnées $(0{,}5)$ et $(1{,}2)$.
L'ordonnée à l'origine est donc 5 et le coefficient directeur est : $\dfrac{2-5}{1-0}=-3$.
Une équation de d_1 est donc : $\boxed{y=-3x+5}$.

d_2 est parallèle à l'axe des ordonnées et passe par le point de coordonnées $(4\,;\,0)$. Elle a pour équation : $\boxed{x=4}$.

d_3 passe par A et B, de coordonnées $(1\,;\,2)$ et $B(4\,;\,4)$.
Le coefficient directeur de (AB) est : $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{4-2}{4-1}=\dfrac{2}{3}$.
Son équation est de la donc de la forme : $y=\dfrac{2}{3}x+b$.
B appartient à cette droite donc ses coordonnées vérifient cette équation (ou celles de A) :
$4=\dfrac{2}{3}\times 4+b$, donc $4=\dfrac{8}{3}+b$ d'où $b=4-\dfrac{8}{3}=\dfrac{4}{3}$.
Une équation de (AB) est donc : $\boxed{y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{4}{3}}$.

VI (3 points)

Résoudre les systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} 2x-y=6 \ (1) \\ 2x+5y=-16 \ (2) \end{cases}$
Calculons par exemple (1)-(2) : $(2x-y)-(2x+5y)=6-(-16)$
donc $-6y=22$ d'où $y=\dfrac{22}{-6}=-\dfrac{11}{3}$.
D'après (1) : $2x-y=6$, donc $2x=6+y=6-\dfrac{11}{3}=\dfrac{18}{3}-\dfrac{11}{3}=\dfrac{7}{3}$;
alors : $x=\dfrac{7}{6}$.
Le couple solution est $\left(\dfrac{7}{6}\,;\,-\dfrac{11}{3}\right)$.

b) $\begin{cases} 5x-7y=-30 \ (1) \\ 2x+3y=17 \ (2) \end{cases}$
Utilisons la méthode par combinaisons :
$\begin{cases} (1)\times 2 & 10x-14y=-60(1') \\ (2)\times 5 & 10x+15y=85(2') \end{cases}$.
On soustrait : $(2')-(1')$: $(10x+15y)-(10x-14y)=85-(-60)$
d'où $29y=145$ qui donne $y=\dfrac{145}{29}=5$.
Alors : $2x=17-3x=17-3\times 5=17-15=2$ et alors : $x=\dfrac{2}{2}=1$.
$\boxed{\text{Le couple solution est : } (1\,;\,5).}$

VII (4 points)

1. On a $x+y=20$ (nombre de parties) et $3x-4y=11$ (montant gagné).
   On a donc le système : $\begin{cases} x+y=20 \\ 3x-4y=11 \end{cases}$.
2. Résolution par substitution :
   La première équation donne $y=20-x$.
   On remplace dans la deuxième équation : $3x-4(20-x)=11$ donc $3x-80+4x=11$ donc $7x=91$.
   Par conséquent $x=\dfrac{91}{7}=13$ et $y=20-13=7$.
3. Fred a donc perdu 7 parties.