

## Corrigé du contrôle sur le second degré (sujet A)

### I

- a) Soit l'équation  $x^2 + 2x - 15 = 0$ .  
L'équation est de la forme  $ax^2 + bx + c = 0$  avec  $a = 1$ ,  $b = 2$  et  $c = -15$ .  $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times (-15) = 64 > 0$ .

L'équation a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{64}}{2} = -5$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{64}}{2} = 3$$

$$\mathcal{S} = \{-5; 3\}$$

- b) Soit l'équation  $3x^2 + 6x - 1 = 0$ .

$\Delta = 48 > 0$ . Les solutions sont :

$$x_1 = \frac{-6 - \sqrt{48}}{6} = \frac{-6 - 4\sqrt{3}}{6} = \frac{2(-3 - \sqrt{3})}{2 \times 3} = \frac{-3 - 2\sqrt{3}}{3}$$

$$x_2 = \frac{-3 + 2\sqrt{3}}{3}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{-3 - 2\sqrt{3}}{3}; \frac{-3 + 2\sqrt{3}}{3} \right\}$$

- c) Soit l'équation  $7x^2 + 2x + 10 = 0$ .

$$\Delta = -276 < 0 \text{ donc : } \mathcal{S} = \emptyset.$$

- d) Soit l'équation  $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$ .

C'est une équation bicarrée. Elle équivaut à  $\begin{cases} X = x^2 \\ X^2 - 9X + 20 = 0 \end{cases}$ .

On résout l'équation  $X^2 - 9X + 20 = 0$ .

$\Delta = 1 > 0$ . L'équation  $X^2 - 9X + 20 = 0$  admet deux solu-

tions :  $X_1 = \frac{9 - \sqrt{1}}{2} = 4$  et  $X_2 = \frac{9 + 1}{2} = 5$ .

On revient à l'équation initiale en résolvant alors les équations  $x^2 = X_1$  et  $x^2 = X_2$ .

$x^2 = 4$  a deux solutions, -2 et 2.

L'équation  $x^2 = 9$  a deux solutions -3 et 3.

L'équation  $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$  a donc pour solutions :

$$\mathcal{S} = \{-\sqrt{5}; -2; 2; \sqrt{5}\}$$

### II

- a) Soit l'inéquation  $-3x^2 + 2x + 1 < 0$ .

$x_1 = 1$  est racine évidente; le produit des deux racines vaut  $\frac{c}{a}$  avec  $a = -3$  et  $c = 1$  donc si l'autre racine est  $x_2$ , on a :

$$x_1 x_2 = \frac{-1}{3} \text{ avec } x_1 = 1, \text{ donc } x_2 = -\frac{1}{3}.$$

L'expression  $-3x^2 + 2x + 1 < 0$  est un trinôme du second degré; elle est du signe de  $a = -3$ , donc négative, pour  $x$  extérieur à l'intervalle formé par les racines et du signe de  $-a = 3$ , donc positive, pour  $x$  entre les racines.

On veut qu'elle soit strictement négative. L'ensemble des solutions est :  $\mathcal{S} = ]-\infty; -\frac{1}{3}[ \cup ]1; +\infty[$ .

- b) Soit l'inéquation  $2x^2 + 3x + 3 > 0$ .

$\Delta = -15 < 0$ . Alors le trinôme du second degré  $2x^2 + 3x + 3$  est du signe du coefficient de  $x^2$ , donc de 2 (positif) pour tout  $x$ .

On en déduit que l'ensemble des solutions est :  $\mathcal{S} = \mathbb{R}$ .

- c) Soit l'inéquation  $\frac{2x^2 + 5x - 12}{x^2 - 3x - 10} > 0$ .

**Ensemble de définition :** on résout l'équation  $x^2 - 3x - 10 = 0$ .  $\Delta = 49 > 0$ . Elle a deux solutions : -2 et 5.

L'ensemble de définition est  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 5\}$ .

**Signe de  $x^2 - 3x - 10$  :** ce trinôme est positif (du signe de 1, coefficient de  $x^2$ ) à l'extérieur de l'intervalle formé par les deux racines -2 et 5, et négatif entre les deux racines.

**Signe de  $2x^2 + 5x - 12$  :**  $\Delta = 121 > 0$ . Ce trinôme a deux racines, -4 et  $\frac{3}{2}$ . Il est positif (du signe de 2, coefficient de  $x^2$ ) à l'extérieur de l'intervalle formé par les racines et négatif entre les deux racines -4 et  $\frac{3}{2}$ .

On récapitule en renseignant un tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$-4$	$-2$	$\frac{3}{2}$	$5$	$+\infty$
signe de $2x^2 + 5x - 12$	+	0	-	0	+	+
Signe de $x^2 - 3x - 10$	+	+	-	-	+	+
Signe du quotient	+	0	-	0	-	+

L'ensemble des solutions est donc :  $\mathcal{S} = ]-\infty; -4[ \cup ]-2; \frac{3}{2}[ \cup ]5; +\infty[$

## Corrigé du contrôle sur le second degré (sujet B)

### III

- a) Soit l'équation  $x^2 + 4x - 12 = 0$ .  
L'équation est de la forme  $ax^2 + bx + c = 0$  avec  $a = 1$ ,  $b = 4$  et  $c = -12$ .  $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 64 > 0$ .

L'équation a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{64}}{2} = -6$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{64}}{2} = 2$$

$$\mathcal{S} = \{-6; 2\}$$

- b) Soit l'équation  $5x^2 + 4x - 2 = 0$ .

$\Delta = 56 > 0$ . Les solutions sont :

$$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{56}}{10} = \frac{-4 - 2\sqrt{14}}{10} = \frac{2(-2 - \sqrt{14})}{2 \times 5} = \frac{-2 - \sqrt{14}}{5}$$

$$x_2 = \frac{-2 + \sqrt{14}}{5}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{-2 - \sqrt{14}}{5}; \frac{-2 + \sqrt{14}}{5} \right\}$$

### IV

- a) Soit l'inéquation  $-3x^2 + 4x + 4 < 0$ .

$\Delta = 64$ . Les deux racines sont  $x_1 = 2$  et l'autre racine est  $x_2 = -\frac{2}{3}$ . L'expression  $-3x^2 + 4x + 4 < 0$  est un trinôme du second degré; elle est du signe de  $a = -3$ , donc négative, pour  $x$  extérieur à l'intervalle formé par les racines et du signe de  $-a = 3$ , donc positive, pour  $x$  entre les racines.

On veut qu'elle soit strictement négative. L'ensemble des solutions est :  $\mathcal{S} = ]-\infty; -\frac{2}{3}[ \cup ]2; +\infty[$ .

- b) Soit l'inéquation  $2x^2 + 3x + 5 > 0$ .

$\Delta = -31 < 0$ . Alors le trinôme du second degré  $2x^2 + 3x + 5$  est du signe du coefficient de  $x^2$ , donc de 2 (positif) pour tout  $x$ .

On en déduit que l'ensemble des solutions est :  $\mathcal{S} = \mathbb{R}$ .

- c) Soit l'inéquation  $\frac{3x^2 + 5x + 2}{x^2 - x - 12} > 0$ .

**Ensemble de définition :** on résout l'équation  $x^2 - x - 12 = 0$ .  $\Delta = 49 > 0$ . Elle a deux solutions : -3 et 4.

L'ensemble de définition est  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 4\}$ .

**Signe de  $x^2 - 3x - 10$  :** ce trinôme est positif (du signe de 1, coefficient de  $x^2$ ) à l'extérieur de l'intervalle formé par les deux racines -3 et 4, et négatif entre les deux racines.

**Signe de  $3x^2 + 5x + 2$  :**  $\Delta = 1 > 0$ . Ce trinôme a deux racines, -1 et  $-\frac{2}{3}$ . Il est positif (du signe de 3, coefficient de  $x^2$ ) à

l'extérieur de l'intervalle formé par les racines et négatif entre les deux racines -1 et  $-\frac{2}{3}$ .

On récapitule en renseignant un tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$-\frac{2}{3}$	$4$	$+\infty$
signe de $3x^2 + 5x + 2$	+	-	-	-	+	
Signe de $x^2 - x - 12$	+	+	-	+	+	
Signe du quotient	+	-	+	-	+	

L'ensemble des solutions est donc :  $\mathcal{S} = ]-\infty; -3[ \cup ]-1; -\frac{2}{3}[ \cup ]4; +\infty[$

- c) Soit l'équation  $7x^2 + 2x + 10 = 0$ .

$$\Delta = -276 < 0 \text{ donc : } \mathcal{S} = \emptyset.$$

- d) Soit l'équation  $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$ .

C'est une équation bicarrée. Elle équivaut à  $\begin{cases} X = x^2 \\ X^2 - 11X + 18 = 0 \end{cases}$ .

On résout l'équation  $X^2 - 11X + 18 = 0$ .

$\Delta = 49 > 0$ . L'équation  $X^2 - 11X + 18 = 0$  admet deux so-

lutions :  $X_1 = \frac{11 - \sqrt{49}}{2} = 2$  et  $X_2 = \frac{11 + 7}{2} = 9$ .

On revient à l'équation initiale en résolvant alors les équations  $x^2 = X_1$  et  $x^2 = X_2$ .

$x^2 = 2$  a deux solutions,  $-\sqrt{2}$  et  $\sqrt{2}$ .

L'équation  $x^2 = 9$  a deux solutions -3 et 3.

L'équation  $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$  a donc pour solutions :

$$\mathcal{S} = \{-3; -\sqrt{2}; \sqrt{2}; 3\}$$