



## Correction du contrôle sur les formules de dérivation

- Sujet A
- Sujet B

### Sujet A

#### I

1. On demande de calculer  $f'(2)$ . Par définition,  $f'(2)$  est le coefficient directeur de la tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 2.

Celle-ci est tracée et passe par les points de coordonnées  $(2; -2)$  et  $(-3; 5)$ .

On en déduit :  $f'(2) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - (-2)}{-3 - 2} = \frac{7}{-5}$  donc

$$f'(2) = -\frac{7}{5}$$

L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse  $a$  est :  $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ .

Ici :  $a = 2$ ;  $f'(2) = -\frac{7}{5}$  et  $f(2) = -2$ .

L'équation est alors :

$$y = -\frac{7}{5}(x - 2) + (-2) \Leftrightarrow y = -\frac{7}{5}x + \frac{14}{5} - 2 \Leftrightarrow$$

$$y = -\frac{7}{5}x + \frac{4}{5}$$

2.  $f'(-3)$  est le coefficient directeur de la tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse -3; même si cette tangente n'est pas tracée, on voit que son coefficient directeur est positif (fonction affine associée croissante).

De même,  $f'(0)$  est négatif.

#### II

Calcul de dérivées :

1.  $f(x) = 3x^2 + 5x - 1$ .  $f'(x) = 3 \times 2x + 5$  donc  $f'(x) = 6x + 5$ .

2.  $f(x) = \frac{3}{x^5} - \frac{7}{x^2} = 3 \times \frac{1}{x^5} - 7 \times \frac{1}{x^2}$ .

On sait que si  $w(x) = \frac{1}{x^n}$ , sa dérivée est  $w'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$ .

On en déduit que :  $f'(x) = 3 \times \left(-\frac{5}{x^6}\right) - 7 \times \left(-\frac{2}{x^3}\right)$  d'où :  $f'(x) = -\frac{15}{x^6} + \frac{14}{x^3} = \frac{14x^3 - 15}{x^6}$ .

3.  $f(x) = (2x + 3)\sqrt{x}$ .

$f = uv$  avec  $\begin{cases} u(x) = 2x + 3 \\ v(x) = \sqrt{x} \end{cases}$ . On a alors :  $\begin{cases} u'(x) = 2 \\ v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases}$ .

$f' = (uv)' = u'v + uv'$  d'où :  $f'(x) = 2\sqrt{x} + (2x + 3) \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + \frac{2x + 3}{2\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x} \times 2\sqrt{x} + 2x + 3}{2\sqrt{x}}$  donc  $f'(x) = \frac{6x + 3}{2\sqrt{x}} = \frac{3(2x + 1)}{2\sqrt{x}}$ .

4.  $f(x) = \frac{2x + 3}{5x + 7}$ .

$f = \frac{u}{v}$  avec  $\begin{cases} u(x) = 2x + 3 \\ v(x) = 5x + 7 \end{cases}$ . On a alors :  $\begin{cases} u'(x) = 2 \\ v'(x) = 5 \end{cases}$ .

$f' = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$  d'où  $f'(x) = \frac{2(5x + 7) - 5(2x + 3)}{(5x + 7)^2}$ .  $f'(x) = -\frac{1}{(5x + 7)^2}$ .

5.  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{4x^2 + 1}$ .

$f = \frac{u}{v}$  avec  $\begin{cases} u(x) = x^2 + 3 \\ v(x) = 4x^2 + 1 \end{cases}$ . On a alors :  $\begin{cases} u'(x) = 2x \\ v'(x) = 8x \end{cases}$ .

$f' = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$  d'où  $f'(x) = \frac{2x(4x^2 + 1) - 8x(x^2 + 3)}{(4x^2 + 1)^2} = \frac{2x(4x^2 + 1) - 8x(x^2 + 3)}{(4x^2 + 1)^2} = \frac{2x(4x^2 + 1 - 4(x^2 + 3))}{(4x^2 + 1)^2}$ .

Par conséquent :  $f'(x) = -\frac{22x}{(4x^2 + 1)^2}$ .

## Sujet B

### I

1. On demande de calculer  $f'(3)$ . Par définition,  $f'(3)$  est le coefficient directeur de la tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 3.

Celle-ci est tracée et passe par les points de coordonnées  $(3; -2)$  et  $(-2; 5)$ .

On en déduit :  $f'(3) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - (-2)}{-2 - 3} = \frac{7}{-5}$  donc

$$f'(2) = -\frac{7}{5}$$

L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse  $a$  est :  $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ .

Ici :  $a = 3$ ;  $f'(3) = -\frac{7}{5}$  et  $f(3) = -2$ .

L'équation est alors :

$$y = -\frac{7}{5}(x - 3) + (-2) \Leftrightarrow y = -\frac{7}{5}x + \frac{21}{5} - 2 \Leftrightarrow$$

$$y = -\frac{7}{5}x + \frac{11}{5}$$

2.  $f'(-2)$  est le coefficient directeur de la tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse -2; même si cette tangente n'est pas tracée, on voit que son coefficient directeur est positif (fonction affine associée croissante).

De même,  $f'(1)$  est négatif.

### II

Calcul de dérivées :

1.  $f(x) = 4x^2 - 6x + 3$ .  $f'(x) = 4 \times 2x - 6$  donc  $f'(x) = 8x - 6$ .

2.  $f(x) = \frac{4}{x^6} - \frac{9}{x^3} = 4 \times \frac{1}{x^6} - 9 \times \frac{1}{x^3}$ .

On sait que si  $w(x) = \frac{1}{x^n}$ , sa dérivée est  $w'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$ .

On en déduit que :  $f'(x) = 4 \times \left(-\frac{6}{x^7}\right) - 9 \times \left(-\frac{3}{x^4}\right)$  d'où :  $f'(x) = -\frac{24}{x^7} + \frac{27}{x^4} = \frac{-24 + 27x^3}{x^7}$ .

3.  $f(x) = (3x + 2)\sqrt{x}$ .

$f = uv$  avec  $\begin{cases} u(x) = 3x + 2 \\ v(x) = \sqrt{x} \end{cases}$ . On a alors :  $\begin{cases} u'(x) = 3 \\ v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases}$ .

$f' = (uv)' = u'v + uv'$  d'où :  $f'(x) = 3\sqrt{x} + (3x + 2) \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = 3\sqrt{x} + \frac{3x + 2}{2\sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x} \times 2\sqrt{x} + 3x + 2}{2\sqrt{x}}$  donc  $f'(x) = \frac{9x + 2}{2\sqrt{x}}$ .

4.  $f(x) = \frac{5x + 1}{4x + 3}$ .

$f = \frac{u}{v}$  avec  $\begin{cases} u(x) = 5x + 1 \\ v(x) = 4x + 3 \end{cases}$ . On a alors :  $\begin{cases} u'(x) = 5 \\ v'(x) = 4 \end{cases}$ .

$f' = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$  d'où  $f'(x) = \frac{5(4x + 3) - 4(5x + 1)}{(4x + 3)^2}$ .  $f'(x) = \frac{11}{(4x + 3)^2}$ .

5.  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{5x^2 + 1}$ .

$f = \frac{u}{v}$  avec  $\begin{cases} u(x) = x^2 + 3 \\ v(x) = 5x^2 + 1 \end{cases}$ . On a alors :  $\begin{cases} u'(x) = 2x \\ v'(x) = 10x \end{cases}$ .

$f' = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$  d'où  $f'(x) = \frac{2x(5x^2 + 1) - 10x(x^2 + 3)}{(5x^2 + 1)^2} = \frac{2x(5x^2 + 1) - 2x \times 5(x^2 + 3)}{(5x^2 + 1)^2} = \frac{2x(5x^2 + 1 - 5(x^2 + 3))}{(4x^2 + 1)^2}$ .

Par conséquent :  $f'(x) = -\frac{28x}{(4x^2 + 1)^2}$ .