1S2 : TD sur la dérivation (1)

I

À l'aide du calcul d'une limite, montrer que si v est définie et dérivable sur un intervalle I et ne s'annule pas sur I, alors $\frac{1}{v}$ est dérivable et que $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

II

Soient deux fonctions u et v définies et dérivables sur un intervalle I et que v ne s'annule pas sur I, alors le quotient $\frac{u}{v}$ est dérivable et que $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Indication : $\frac{u}{v} = u \times \cdots$

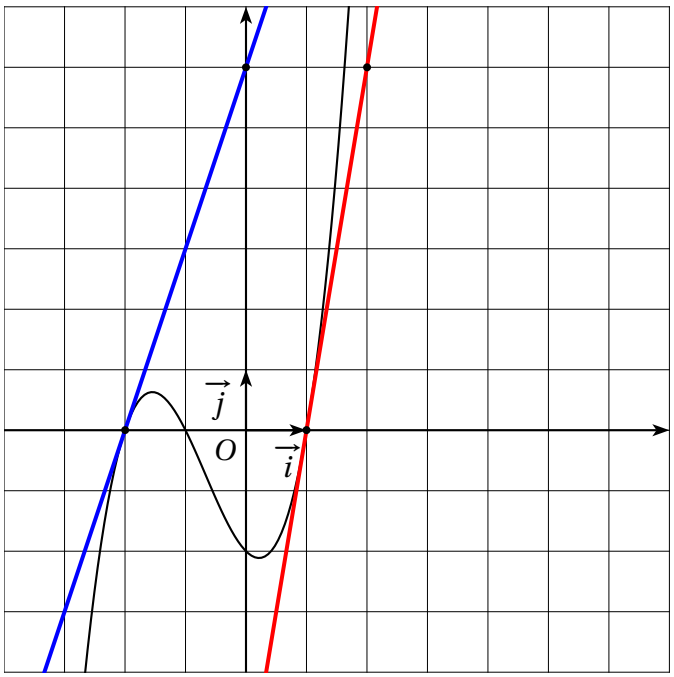
III

Soit $\mathscr{H}$ l'hyperbole d'équation $y = \frac{1}{x}$.

1. Donner l'équation de la tangente T_2 à $\mathscr{H}$ au point d'abscisse 2.
2. Cette tangente recoupe-t-elle $\mathscr{H}$. Étudier la position relative de $\mathscr{H}$ et de T_2.
3. Plus généralement, donner l'équation de la tangente T_a à $\mathscr{H}$ au point d'abscisse a. Cette tangente recoupe-t-elle $\mathscr{H}$ en un autre point ?
4. Donner la position relative de $\mathscr{H}$ et de T_a.

IV

Ci-contre est représentée une fonction f, ainsi que deux de ses tangentes, aux points d'abscisses -2 et 1.



1. Déterminer graphiquement $f'(-2)$ et $f'(1)$. (les points marqués sont à coordonnées entières)
2. Ces deux tangentes sont-elles parallèles ?

V

Pour chacun des fonctions f suivantes, donner l'expression de sa dérivée f'.

a) $f(x) = 7x^3 + 5x^2 + 3x - 7$ sur $\mathbb{R}$

b) $f(x) = (3x-5)(7x-4)$ sur $\mathbb{R}$

c) $f(x) = (3x-5)\sqrt{x}$ sur $]0\,;\,+\infty[$

d) $f(x) = \frac{2x+3}{3x-4}$ sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{4}{3}\right\}$

e) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+x+1}$ sur $\mathbb{R}$