

## 1S2 : Produit scalaire : TD n° 5

### I Mesure de la hauteur de la Tour Eiffel

Voir exercice n° 94 page 215.

### II Formule de Héron

On désigner par  $\mathcal{S}$  l'aire d'un triangle  $ABC$  et par  $p$  son demi-périmètre :  $p = \frac{a+b+c}{2}$ .

1. En utilisant les relations d'Al-Kashi, montrer que

$$1 + \cos \hat{A} = \frac{2p(p-a)}{bc} \text{ et } 1 - \cos \hat{A} = \frac{2(p-b)(p-c)}{bc}.$$

2. En déduire la valeur de  $\sin \hat{A}$  en fonction de  $p, a, b$  et  $c$ .

3. En déduire la formule de Héron :

$$\mathcal{S} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

4. (a) Calculer l'aire d'un triangle équilatéral de côté 6.  
(b) Calculer l'aire d'un triangle isocèle de sommet  $A$  avec  $AB = 6$  et  $BC = 8$ .

*Héron d'Alexandrie ou Héron l'Ancien est un ingénieur, un mécanicien et un mathématicien grec du 1<sup>er</sup> siècle après J.-C.*

### III

Simplifier les expressions suivantes :

- a)  $\cos 4x \cos 5x + \sin 4x \sin 5x$   
b)  $\sin 5x \cos 7x - \sin 7x \cos 5x$

### IV

On donne  $\cos a = -\frac{1}{3}$  avec  $a \in [-\pi; 0]$ .  
Calculer  $\sin 2a$  et  $\cos 2a$ .

### V

Les réels  $a$  et  $b$  vérifient les conditions :  
 $\cos a = \frac{3}{5}$  et  $a \in ]0; \frac{\pi}{2}[$  ;  $\sin b = \frac{1}{\sqrt{3}}$  et  $b \in ]\frac{\pi}{2}; \pi[$ .

1. Calculer :  $\sin a$  ;  $\cos b$  ;  $\cos(a+b)$  ;  $\cos(a-b)$  ;  $\sin(a+b)$  ;  $\sin(a-b)$   
2. Calculer :  $\cos 2a$  ;  $\sin 2a$  ;  $\cos 2b$  ;  $\sin 2b$

## 1S2 : Produit scalaire : TD n° 5

### I Mesure de la hauteur de la Tour Eiffel

Voir exercice n° 94 page 215.

### II Formule de Héron

On désigner par  $\mathcal{S}$  l'aire d'un triangle  $ABC$  et par  $p$  son demi-périmètre :  $p = \frac{a+b+c}{2}$ .

1. En utilisant les relations d'Al-Kashi, montrer que

$$1 + \cos \hat{A} = \frac{2p(p-a)}{bc} \text{ et } 1 - \cos \hat{A} = \frac{2(p-b)(p-c)}{bc}.$$

2. En déduire la valeur de  $\sin \hat{A}$  en fonction de  $p, a, b$  et  $c$ .

3. En déduire la formule de Héron :

$$\mathcal{S} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

4. (a) Calculer l'aire d'un triangle équilatéral de côté 6.  
(b) Calculer l'aire d'un triangle isocèle de sommet  $A$  avec  $AB = 6$  et  $BC = 8$ .

*Héron d'Alexandrie ou Héron l'Ancien est un ingénieur, un mécanicien et un mathématicien grec du 1<sup>er</sup> siècle après J.-C.*

### III

Simplifier les expressions suivantes :

- a)  $\cos 4x \cos 5x + \sin 4x \sin 5x$   
b)  $\sin 5x \cos 7x - \sin 7x \cos 5x$

### IV

On donne  $\cos a = -\frac{1}{3}$  avec  $a \in [-\pi; 0]$ .  
Calculer  $\sin 2a$  et  $\cos 2a$ .

### V

Les réels  $a$  et  $b$  vérifient les conditions :  
 $\cos a = \frac{3}{5}$  et  $a \in ]0; \frac{\pi}{2}[$  ;  $\sin b = \frac{1}{\sqrt{3}}$  et  $b \in ]\frac{\pi}{2}; \pi[$ .

1. Calculer :  $\sin a$  ;  $\cos b$  ;  $\cos(a+b)$  ;  $\cos(a-b)$  ;  $\sin(a+b)$  ;  $\sin(a-b)$   
2. Calculer :  $\cos 2a$  ;  $\sin 2a$  ;  $\cos 2b$  ;  $\sin 2b$