1^{re}S2 : contrôle 1 (1 heure)

I (4 points)

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposée est bonne. Chaque bonne réponse rapporte 1 point ; une mauvaise réponse retire 0,5 point et une absence de réponse est comptée 0. En cas de total négatif, la note retenue pour cet exercice est 0 point.

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

QUESTIONS	RÉPONSES
1. Soient deux fonctions f et g définies sur un intervalle I. On suppose que les fonctions f et g sont décroissantes. Alors :	☐ $f+g$ est croissante ☐ $f+g$ est décroissante ☐ On ne peut pas répondre
2. Soient f et g deux fonctions définies et croissantes sur $\mathbb{R}$. Alors :	☐ $f\circ g$ est décroissante sur $\mathbb{R}$ ☐ $f\circ g$ est positive sur $\mathbb{R}$ ☐ $f\circ g$ est croissante sur $\mathbb{R}$
3. Soient u et v les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $$u(x)=x^2 \text{ et } v(x)=\frac{1}{x+1}.$$ Alors, pour tout x de $\mathbb{R}$, $v\circ u(x)=$	☐ $\dfrac{1}{x^2}+1$ ☐ x^2+1 ☐ $\dfrac{1}{x^2+1}$
4. u et v sont deux fonctions définies sur un intervalle I, croissantes sur I et ne s'annulent pas sur I. Alors, $\dfrac{u}{v}$ est	☐ toujours croissante ☐ toujours décroissante ☐ cela dépend

II (2 points)

Soient f, g et h les fonctions définies sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x)=-2x\,;\ g(x)=\frac{1}{x} \text{ et } h(x)=-2x+\frac{1}{x}.$$

Que peut-on alors dire des variations de la fonction h sur $]0\,;\,+\infty[$? On écrira h comme la somme de deux fonctions f et g.

III (2,5 points)

Soient deux fonctions définies sur un intervalle I.

1. Vérifier que, pour tous nombres a et b de I, on a :

$$f(b)g(b)-f(a)g(a)=g(b)[f(b)-f(a)]+f(a)[g(b)-g(a)].$$

2. On suppose que f et g sont croissantes et positives sur I.
   Montrer alors que la fonction produit fg est croissante sur I.

IV (2 points)

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$. g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=2x+3$.
Expliciter l'expression de $f\circ g(x)$ et de $g\circ f(x)$.

V (2,5 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-3)^2 - 1$.
g, h et u sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^2$, $h(x) = x - 1$ et $u(x) = x - 3$.
Écrire f comme la composée de ces trois fonctions.

VI (2,5 points)

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ 8]$.

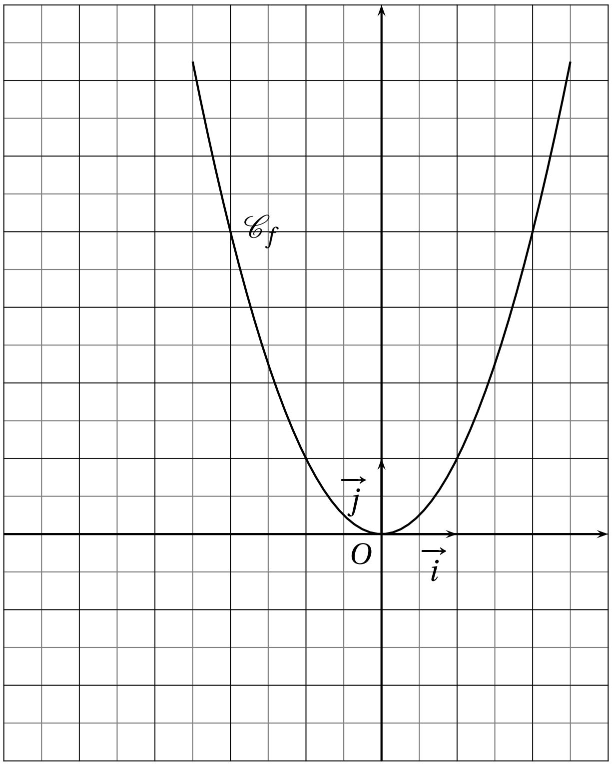
x	-1		2		4		8
$f(x)$	3	↘	1	↘	-2	↗	2

Dresser (en expliquant) les tableaux de variations des fonctions g et h définies sur $[-1\ ;\ 8]$ par :

$$g(x) = f(x) + 3 \text{ et } h(x) = -\frac{1}{2} f(x).$$

VII (2,5 points)

Ci-dessous est représentée la fonction $f : x \longmapsto x^2$, définie sur l'intervalle $[-2,5\ ;\ 2,5]$ (courbe $\mathscr{C}_f$).
Représenter sur le même graphique la courbe représentative de la fonction g définie par : $g(x) = f(x+2) - 1$



VIII (2 points)

Soit g une fonction paire, définie sur $\mathbb{R}$ et soit f une fonction quelconque, définie sur $\mathbb{R}$.
Montrer que $f \circ g$ est paire.