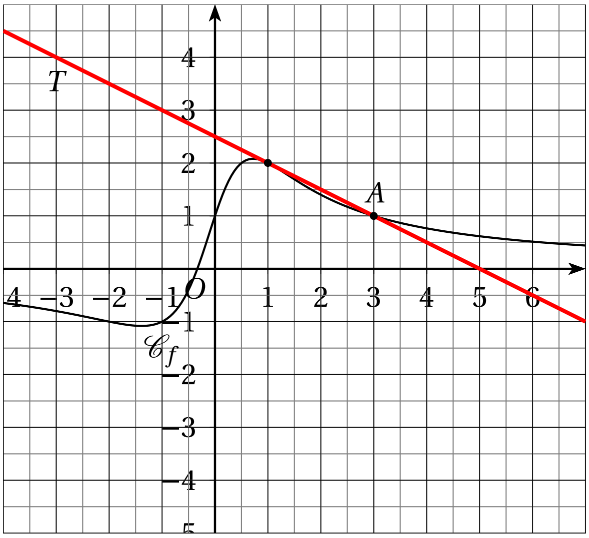
1ES3 : contrôle (sujet A) (20 points)

I

Une fonction f est représentée ci-dessous par sa courbe $\mathscr{C}$ et on a représenté la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
T recoupe $\mathscr{C}_f$ en $A(3\,;\,1)$



Que vaut le nombre dérivé $f'(1)$?

II

Pour chacune des fonctions f suivantes, calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.

1. $f(x) = 3x^8$ sur $\mathbb{R}$.
2. $f(x) = \dfrac{1}{x^5}$ sur $\mathbb{R}^*$.
3. $f(x) = 3x^2 + 5x - 1$ sur $\mathbb{R}$.
4. $f(x) = (5x^2 - 4x + 2)\sqrt{x}$ sur $]0\,;\,+\infty[$.
5. $f(x) = \dfrac{1}{3x^2 + 2x + 7}$ sur $\mathbb{R}$.
6. $f(x) = \dfrac{5x+1}{3x+2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$

III

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^3+1}{x^3-1}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$.
Donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $a = -1$.

IV

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^3 + 3x + 1$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.
2. Étudier alors les variations de f et donner son tableau de variations.

V

Une entreprise fabrique une certaine quantité d'objets. Les coût totaux de production sont donnés en euros par la fonction C définie par :

$$C(q) = 0{,}02q^3 - 16{,}2q^2 + 5\,000q.$$

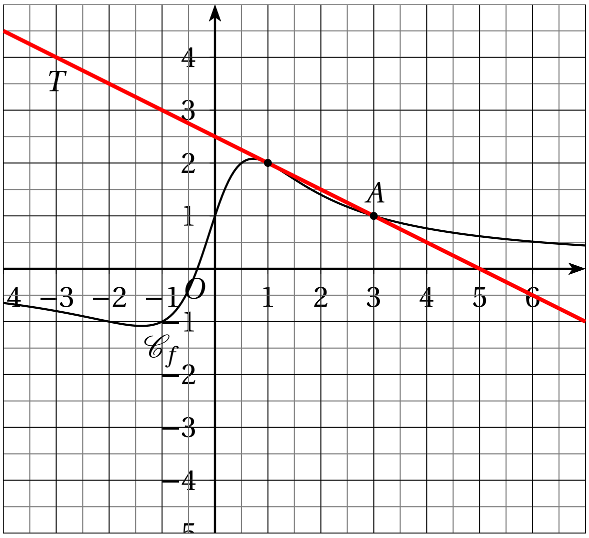
Chaque unité est vendue 2 970 euros.

1. Montrer que la recette R est donnée en euros, en fonction de q, par : $R(q) = 2\,970q$.
2. Calculer alors en fonction de q le bénéfice $B(q)$ en fonction de q.
3. Déterminer l'intervalle dans lequel doit se situer q pour qu'il y ait rentabilité de l'entreprise.
4. Déterminer les variations de la fonction B.
   Déterminer alors la quantité q_m à produite pour que le bénéfice soit maximal.

1ES3 : contrôle (sujet B) (10 points)

I

Une fonction f est représentée ci-dessous par sa courbe $\mathscr{C}$ et on a représenté la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
T recoupe $\mathscr{C}_f$ en $A(3\,;\,1)$



Que vaut le nombre dérivé $f'(1)$?

II

Pour chacune des fonctions f suivantes, calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.

1. $f(x) = 2x^7$ sur $\mathbb{R}$.
2. $f(x) = \dfrac{1}{x^6}$ sur $\mathbb{R}^*$.
3. $f(x) = 4x^2 - 7x + 2$ sur $\mathbb{R}$.
4. $f(x) = (3x^2 - 5x + 3)\sqrt{x}$ sur $]0\,;\,+\infty[$.
5. $f(x) = \dfrac{1}{2x^2 + 3x + 5}$ sur $\mathbb{R}$.
6. $f(x) = \dfrac{3x - 4}{2x + 3}$ sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$

III

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^3 + 2}{x^3 - 1}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$.
Donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $a = -1$.

IV

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^3 + 3x + 1$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.
2. Étudier alors les variations de f et donner son tableau de variations.

V

Une entreprise fabrique une certaine quantité d'objets. Les coût totaux de production sont donnés en euros par la fonction C définie par :

$$C(q) = 0,02q^3 - 16,2q^2 + 5\,000q.$$

Chaque unité est vendue 2 970 euros.

1. Montrer que la recette R est donnée en euros, en fonction de q, par : $R(q) = 2\,970q$.
2. Calculer alors en fonction de q le bénéfice $B(q)$ en fonction de q.
3. Déterminer l'intervalle dans lequel doit se situer q pour qu'il y ait rentabilité de l'entreprise.
4. Déterminer les variations de la fonction B.
Déterminer alors la quantité q_m à produite pour que le bénéfice soit maximal.