Correction du contrôle

Sujet A

a) Soit l'équation $x^2 - 10x + 21 = 0$.
L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 1$, $b = -10$ et $c = 21$.
$\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 21 = 100 - 84 = 16 > 0$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions :
$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-10) - \sqrt{16}}{2 \times 1} = \dfrac{10 - 4}{2} = 3$
$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-10) + \sqrt{16}}{2 \times 1} = \dfrac{10 + 4}{2} = 7$
$\boxed{\mathcal{S} = \{3\,;\,7\}}$.

b) Soit l'équation $-3x^2 - 12x - 11 = 0$.
$\Delta = (-12)^2 - 4 \times (-3) \times (-11) = 144 - 132 = 12 > 0$
Il y a deux solutions :
$x_1 = \dfrac{12 - \sqrt{12}}{-6} = \dfrac{12 - 2\sqrt{3}}{-6} = \dfrac{2(6 - \sqrt{3})}{-6} = \dfrac{6 - \sqrt{3}}{-3} = \dfrac{-6 + \sqrt{3}}{3}$
$x_2 = \dfrac{-6 - \sqrt{3}}{3}$
$\boxed{\mathcal{S} = \left\{\dfrac{-6 - \sqrt{3}}{3}\,;\,\dfrac{-6 + \sqrt{3}}{3}\right\}}$

c) Soit l'équation $5x^2 + 60x + 180 = 0$.
On commence par simplifier cette équation en divisant tout par 5 ! Elle devient : $x^2 + 12x + 36 = 0$.
On remarque alors une identité remarquable :
$x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$.
L'équation s'écrit : $(x + 6)^2 = 0$: elle a pour solution -6.
$\boxed{\mathcal{S} = \{-6\}}$

d) Soit l'équation $5x^2 + 70x + 251 = 0$.
$\Delta = 70^2 - 4 \times 5 \times 251 = 4900 - 5020 < 0$ donc l'équation n'a pas de solution :
$\boxed{\mathcal{S} = \emptyset}$

e) Soit l'équation $x^2 = \dfrac{3x + 1}{6} = 0$.
Cette équation se transforme en :
$6x^2 = 3x + 1 \Leftrightarrow 6x^2 - 3x - 1 = 0$.
$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 6 \times (-1) = 9 + 24 = 33 > 0$.
Elle admet deux solutions :
$x_1 = \dfrac{3 - \sqrt{33}}{12}$ et $x_1 = \dfrac{3 + \sqrt{33}}{12}$.
$\boxed{\mathcal{S} = \left\{\dfrac{3 - \sqrt{33}}{12}\,;\,\dfrac{3 + \sqrt{33}}{12}\right\}}$

Sujet B

a) Soit l'équation $x^2 - 3x - 10 = 0$.
L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 1$, $b = -3$ et $c = -10$.
$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 9 + 40 = 49 > 0$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions :
$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-3) - \sqrt{49}}{2 \times 1} = \dfrac{3 - 7}{2} = -2$
$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-3) + \sqrt{49}}{2 \times 1} = \dfrac{3 + 7}{2} = 5$
$\boxed{\mathcal{S} = \{-2\,;\,5\}}$.

b) Soit l'équation $x^2 - 14x + 44 = 0$.
$\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 44 = 196 - 176 = 20 > 0$
Il y a deux solutions :
$x_1 = \dfrac{14 - \sqrt{20}}{2} = \dfrac{14 - 2\sqrt{5}}{2} = \dfrac{2(7 - \sqrt{5})}{2} = 7 - \sqrt{5}$
$x_2 = \dfrac{14 + \sqrt{20}}{2} = 7 + \sqrt{5}$
$\boxed{\mathcal{S} = \left\{7 - \sqrt{5}\,;\,7 + \sqrt{5}\right\}}$

c) Soit l'équation $-x^2 + 14x - 49$.
En multipliant par -1, elle devient : $x^2 - 14x + 49$.
On remarque alors une identité remarquable :
$x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$.
L'équation s'écrit : $(x - 7)^2 = 0$: elle a pour solution 7.
$\boxed{\mathcal{S} = \{7\}}$

d) Soit l'équation $4x^2 - 24x + 29 = 0$.
$\Delta = (-24)^2 - 4 \times 4 \times 29 = 576 - 464 = 112 > 0$ donc l'équation a deux solutions :
$x_1 = \dfrac{24 - \sqrt{112}}{8} = \dfrac{24 - 4\sqrt{7}}{8} = \dfrac{6 + 2\sqrt{7}}{4}$
$x_2 = \dfrac{6 - 2\sqrt{7}}{4}$
$\boxed{\mathcal{S} = \left\{\dfrac{6 + 2\sqrt{7}}{4}\,;\,\dfrac{6 - 2\sqrt{7}}{4}\right\}}$

e) Soit l'équation $x^2 = \dfrac{3x + 1}{4} = 0$.
Cette équation se transforme en :
$4x^2 = 3x + 1 \Leftrightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0$.
$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 4 \times (-1) = 9 + 16 = 25 > 0$.
Elle admet deux solutions :
$x_1 = \dfrac{3 - \sqrt{25}}{8} = \dfrac{3 - 5}{8} = \dfrac{-2}{8} = -\dfrac{1}{4}$ et
$x_2 = \dfrac{3 + \sqrt{25}}{8} = \dfrac{8}{8} = 1$.
$\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{1}{4}\,;\,1\right\}}$