Exercices sur les variables aléatoires

I

Une urne contient douze boules. Six boules sont vertes, cinq sont rouges et une est blanche.

On tire au hasard une boule de l'urne. On définit une variable aléatoire G en associant à ce tirage un gain ou une perte (la perte sera considérée comme un gain négatif).

- Si la boule tirée est verte, on perd 3 euros ;
- Si la boule tirée est rouge, on gagne 1 euro ;
- Si la boule tirée est blanche, on gagne 10 euros.

Compléter, en justifiant, le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de G.

Gain	-3	1	
Probabilité			

Calculer l'espérance mathématique de G. Interpréter le résultat

II

On jette simultanément deux dés équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

1. 1°) Quelle est la probabilité d'obtenir un double 6 ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir deux numéros dont la somme est 4 ?
3. On appelle S la somme des deux numéros obtenus.
   Donner la loi de probabilité de S. Calculer l'espérance mathématique de S.

III

Un sac contient 15 jetons bleus, 10 jetons rouges, 3 jetons verts et 2 jetons noirs, tous indiscernables au toucher.

Un joueur extrait au hasard un jeton de ce sac et note sa couleur : B pour bleu, R pour rouge, V pour vert et N pour noir.

Il marque 3 points si le jeton est rouge, 5 points si le jeton est vert, mais perd 1 point si le jeton est bleu et perd 3 points si le jeton est noir.

Soit G la variable aléatoire qui donne le nombre de points (positif ou négatif) obtenu par le joueur.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable G.
2. Déterminer l'espérance de G.
3. La variance d'une variable aléatoire X est $V(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i\,[x_i - E(X)]^2 = \sum_{i=1}^{i=n} p_i x_i^2 - [E(X)]^2$ où X prend les valeurs $x_1, \ldots, x_n$ avec les probabilités $p_1, \ldots, p_n$.
   Calculer $E(G)$.
4. En déduire l'écart-type $\sigma(G)$ $\left(\text{on rappelle que } \sigma(X) = \sqrt{E(X)}\right)$